

<b>Slezská univerzita v Opavě – Filosoficko-přírodovědecká fakulta</b>			
<b>Fyzikální praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika</b>			
<b>Jméno:</b>	<b>Ročník, obor:</b> První	<b>Vyučující:</b> RNDr. Jiří Duda, Mgr. Daniel Charbulák, Ph.D.	<b>Datum měření:</b>
<b>Akademický rok:</b> 2021/22	<b>Název úlohy:</b> Pohyb po nakloněné rovině		<b>Datum odevzdání:</b>
<b>Číslo úlohy:</b> 2			<b>Hodnocení:</b>

## 1 Pracovní úkoly:

Vyšetřete dynamiku a kinematiku pohybu po nakloněné rovině užitím vzduchové dráhy a měřicího systému Vernier. Z naměřených hodnot rozhodněte, zda tření na vzduchové dráze můžeme zanedbat. Pokud ne, určete koeficient tření.

## 2 Teoretický úvod:

V kinematice popisujeme dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu vztahem

$$s = \frac{1}{2} a_1 t^2 \quad (2.1)$$

Derivací rovnice (2.1) získáváme vztah (2.2), který popisuje rychlost tělesa při rovnoměrně zrychleném pohybu.

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (2.2)$$

Pokud analyzujeme dynamiku pohybu po nakloněné rovině (obr.1) vidíme, že při zanedbání třecí síly, urychluje těleso pouze složka gravitační síly ve směru jeho pohybu, tedy celkovou sílu  $F$  můžeme vypočítat jako (2.3)

$$F = ma_2 = m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \quad (2.3)$$

Pokud považujeme koeficient smykového tření za nezanedbatelný, musíme výslednou sílu opravit o člen zohledňující tření, dostáváme tak (2.4)

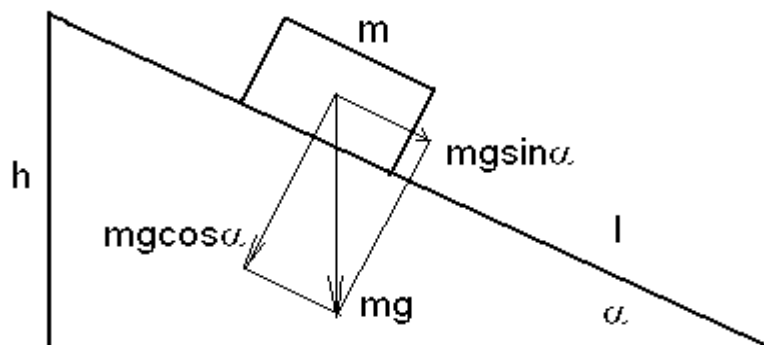
$$F = m \cdot a_3 = m \cdot g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) \quad (2.4)$$

Vyjádříme-li zrychlení z rovnic (2.1), (2.3) a (2.4) získáme vztahy

$$a_1 = \frac{2s}{t^2} \quad (2.5)$$

$$a_2 = g \cdot \sin(\alpha) \quad (2.6)$$

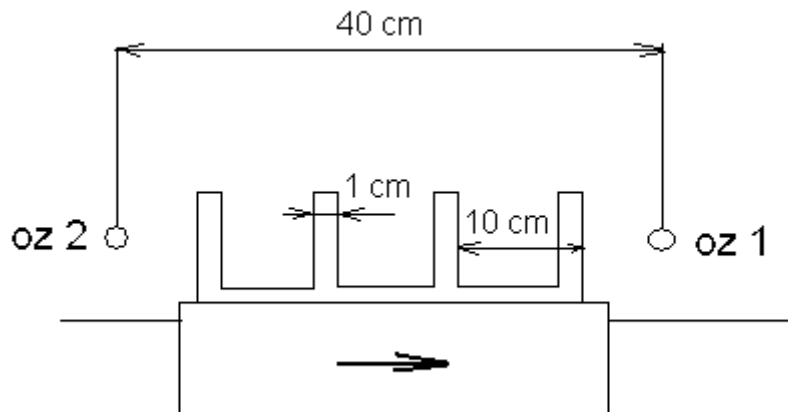
$$a_3 = g(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) \quad (2.7)$$



**Obr. 1 – Rozbor sil působících na těleso na nakloněné rovině**

V této úloze máme za úkol analyzovat takovýto pohyb a stanovit, zda je koeficient smykového tření na vzduchové dráze skutečně zanedbatelný, tedy  $a_1 \approx a_2$  nebo  $a_1 \neq a_2$  a v tom případě musíme se smykovým třením počítat a stanovit ho z rovnice pro  $a_3$ .

Pro měření jednotlivých veličin použijeme vzduchovou dráhu se dvěma optickými závorami a dále vozíček se čtyřmi rovnoměrně rozmístěnými značkami (Obr. 2)



**Obr. 2 – Schéma experimentu**

Princip stanovení vlastností pohybu je zřejmý už z obrázku. Na vozíčku jsou umístěny 4 značky, jejichž šířku 1 cm označíme  $\Delta s$ , a vzájemnou vzdálenost 10 cm (viz obr. 2) označíme  $d$ . Při průchodu značky optickou závorou bude přerušen světelný paprsek, což bude detekováno počítačem. Při použití dvou optických závor bude detekováno osm přerušení paprsku, přičemž počátek přerušení (stav 1)  $i$ -té značky označíme  $t_i$  a dobu trvání přerušení této značky (doba mezi změnou stavu 1 na stav 0) označíme  $\Delta t_i$ . Při umístění vozíčku 10 cm před první bránou urazí vozíček celkem dráhu  $s = 8d = 0,8 \text{ m}$  a každých 10 cm budou detekovány hodnoty času  $t_i$  a  $\Delta t_i$ . Ze znalosti  $\Delta t_i$  můžeme snadno vypočítat přibližnou hodnotu aktuální rychlosti  $v_i$  vozíčku v čase  $t_i$  dle vztahu (2.2), když infinitezimální přírůstky  $ds$ ,  $dt$  nahradíme konečnými  $\Delta s$ ,  $\Delta t_i$ , kde  $\Delta s = 1 \text{ cm}$  (viz výše). Při výpočtu zrychlení  $a_1$  pak do vztahu (2.5) dosazujeme  $t = t_8$ .

Naměřené závislosti  $s(t)$ ,  $v(t)$  budou graficky zpracovány pro tři různé úhly náklonu  $\alpha$ , přičemž pro každý úhel opakujeme měření pětkrát. Hodnoty  $a_1$  pak budou zprůměrovány a srovnány s hodnotou  $a_2$  vypočtenou dle vztahu (2.6) pro daný úhel. Pokud v rámci chyb neplatí  $a_1 = a_2$ , pak předpokládáme, že platí  $a_1 = a_3$ , z čehož dle (2.5), (2.7) určíme odpovídající součinitel smykového tření  $\mu$  jako

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - a_1 / (g \cdot \cos \alpha). \quad (2.8)$$

### 3 Použité měřicí přístroje a pomůcky

- Vzduchová dráha
- Pravítko
- PC se softwarem Vernier a dvěma optickými závory

### 4 Postup měření

- 1) Nejprve skloníme vzduchovou dráhu o úhel  $\alpha$ . Stanovíme jej z hodnot  $l$  a  $h$ .
- 2) Poté nastavíme optické závory do stanovených vzdáleností podle obr.2
- 3) Provedeme měření pomocí programu Vernier, kde odečítáme hodnoty  $t$  a  $\Delta t$ .
- 4) Sestrojíme grafy závislosti dráhy na čase a rychlosti na čase.
- 5) Vypočteme zrychlení, určíme chybu a provedeme srovnání s teorií. /Úvod /.

### 5 Naměřené a vypočtené hodnoty

#### Určení jednotlivých úhlů náklonu

Známe-li změny výšek konců dráhy, pomocí trigonometrie určíme úhel  $\alpha_i$ , o který vzduchovou dráhu nakloníme.

$\alpha = \arcsin\left(\frac{\Delta h}{d}\right)$ , kde  $\Delta h$  je změna výšek a  $d$  je délka celé vzduchové dráhy.

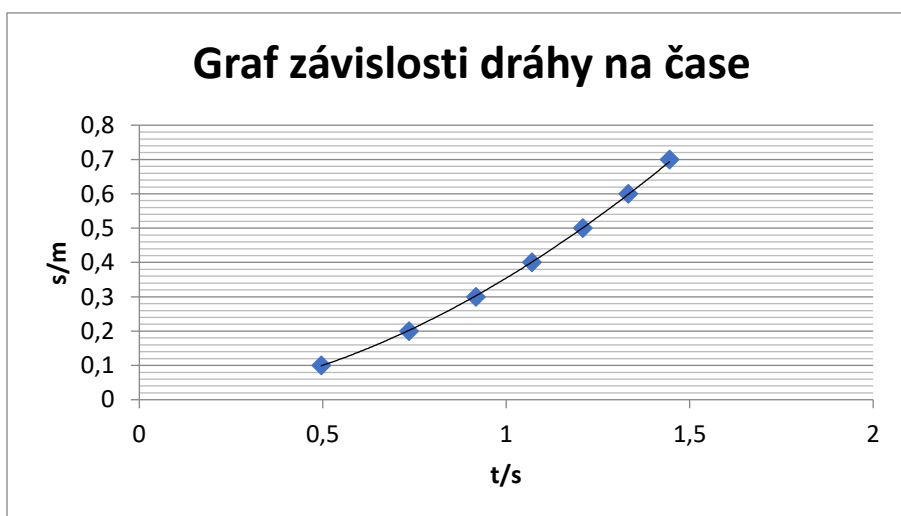
Tab. 1 – Výpočet velikosti úhlu naklonění vzduchové dráhy

$\alpha_i$	$\Delta h$ (cm)	$ \alpha_i $ (rad)	$ \alpha_i $ (°)
$\alpha_1$	2,2		
$\alpha_2$	5,7		
$\alpha_3$	10,6		

## Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_1 = ..$

Tab. 2 – Měření času v závislosti na dráze

$t_i$ (s)\n	1	2	3	4	5	Průměr
$t_1$ (s)						
$t_2$ (s)						
$t_3$ (s)						
$t_4$ (s)						
$t_5$ (s)						
$t_6$ (s)						
$t_7$ (s)						
$t_8$ (s)						



### Závěr:

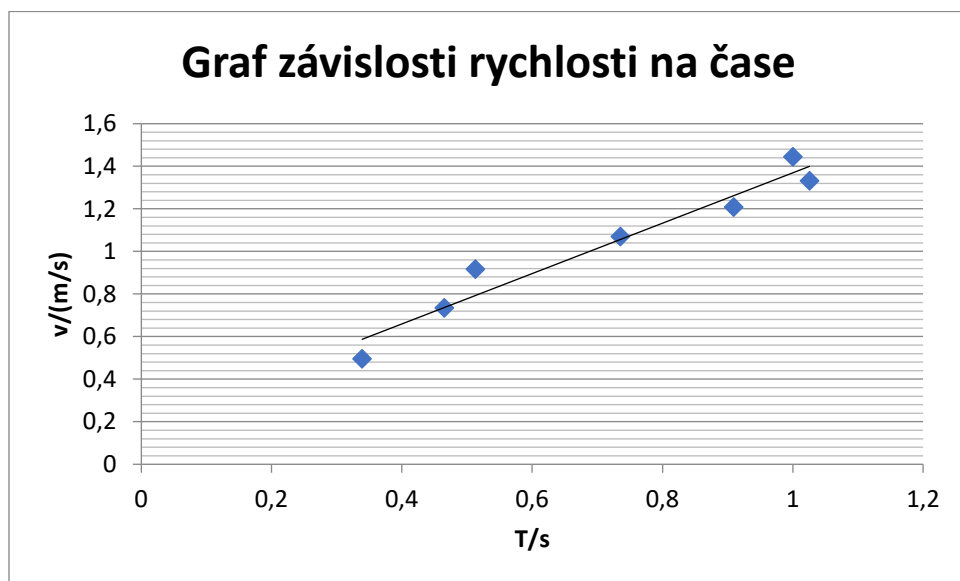
Z grafu je vidět, že závislost dráhy na čase je ...

### Zkoumání pohybu předmětu v závislosti rychlosti na čase

K určení závislosti rychlosti na čase změříme časový interval na jednotlivých zubech a podle  $v = \Delta s / \Delta t$ , kde  $\Delta s = 1 \text{ cm}$  vypočítáme rychlost pohybu jednotlivých zubů.

Tab. 3 – Měření změn času na jednotlivých zubech a výpočet jejich rychlosti

$\Delta t_i \text{ (s)} \setminus n$	1	2	3	4	5	$\overline{\Delta t}_i \text{ (s)}$	$v \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})$
$\Delta t_1$							
$\Delta t_2$							
$\Delta t_3$							
$\Delta t_4$							
$\Delta t_5$							
$\Delta t_6$							
$\Delta t_7$							
$\Delta t_8$							



**Závěr:**

Z grafu je vidět, že závislost rychlosti na čase je ...

Hodnoty zrychlení  $a_1$  získané výpočtem z rovnice (2.5) jsou uvedeny v následující tabulce

Tab. 4 Vypočtené hodnoty zrychlení $a_1$			
n	$a_i$ ( $\text{ms}^{-2}$ )	$a_i - \bar{a}$ ( $\text{ms}^{-2}$ )	$(a_i - \bar{a})^2$ ( $\text{m}^2\text{s}^{-4}$ )
1			
2			
3			
4			
5			
Průměr $\bar{a}$			

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n - 1)} \cdot \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}$$

$u_A = ..$

Hodnota zrychlení  $a_1$  získaná kinematickým rozбором pohybu po nakloněné rovině vyšla jako:

**$a_1 = .. \text{ms}^{-2}$**

Hodnotu zrychlení  $a_2$  vypočteme dosazením do rovnice (2.6) dostaneme:

$$a_2 = g \cdot \sin(\alpha) = 9,81 \cdot \sin(\alpha_1) = .. \text{ms}^{-2}.$$

Srovnáním  $a_1 =? \neq a_2$ , tření proto je/není třeba uvažovat. Odpovídající hodnota smykového tření je podle (2.8)

$\mu = ..$

## Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_2$

....

## Naměřené a vypočtené hodnoty pro úhel $\alpha_3$

....

### Závěr:

V této úloze jsem měl za úkol provést kinematický a dynamický rozbor pohybu tělesa po nakloněné rovině. Při zpracování jsem zjistil, že hodnoty zrychlení získané z kinematických vztahů, se od těch dynamických příliš (ne)liší i při zanedbání vlivu tření. Z grafického zpracování je vidět, že závislost  $s(t)$  je ... jak předpovídá teorie a závislost  $v(t)$  je ... . Příčiny odchylky závislosti  $v(t)$  od závislosti teoretické je rozebrány výše.