

<b>Slezská univerzita v Opavě – Filosoficko-přírodovědecká fakulta</b>			
<b>Fyzikální praktikum I – Mechanika a molekulová fyzika</b>			
<b>Jméno:</b>	<b>Ročník, obor:</b> První,	<b>Vyučující:</b>	<b>Datum měření:</b>
<b>Akademický rok:</b>	<b>Název úlohy:</b> <b>Steinerova věta</b>		<b>Datum odevzdání:</b>
<b>Číslo úlohy:</b> 5			<b>Hodnocení:</b>

## 1 Pracovní úkoly:

Ze změřených hodnot momentů setrvačnosti a s využitím Steinerovy věty určete hmotnost daného tělesa (např. válce). Zhodnoťte dosažitelnou přesnost měření.

## 2 Teoretický úvod:

Hmotnost tělesa je definována jako skalární kvantitativní míra jeho tíhových a setrvačných vlastností. Zpravidla se určuje z tíhových vlastností, tj. vážením.

Tento experiment představuje modelovou situaci, kdy z nějakých důvodů nemůžeme stanovit hmotnost vážením a určujeme ji na základě setrvačných vlastností. Využíváme zde rovnosti tíhové a setrvačné hmotnosti.

*Steinerova věta:*

Moment setrvačnosti tělesa  $J_T$  vzhledem k ose jdoucí těžištěm a moment setrvačnosti  $J_a$  vzhledem k rovnoběžné ose ve vzdálenosti  $a$  spolu souvisejí podle vztahu

$$J_a = J_T + m \cdot a^2, \quad (1)$$

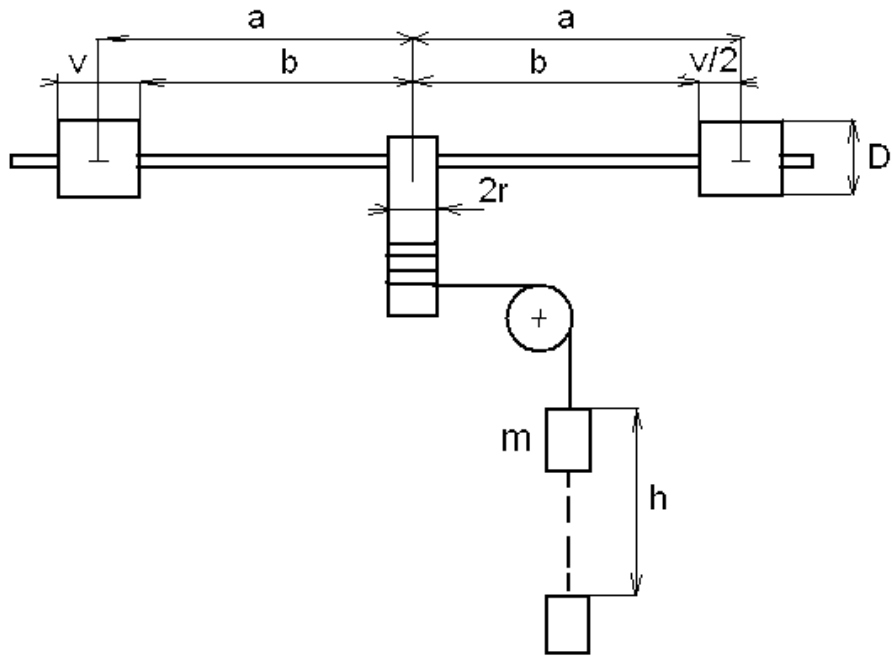
kde  $m$  je hmotnost tělesa,  $a$  je vzdálenost vzájemně rovnoběžných os otáčení. Moment setrvačnosti  $J$  je definován vztahem

$$J = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV, \quad (2)$$

kde  $\rho$  je hustota a integrace se provádí přes objem tělesa. U geometrických těles lze tedy  $J$  vypočítat.

### 2.1 Metoda:

- Hřídel se dvěma rameny ( obr. 1 ) se otáčí se zanedbatelným třením kolem svislé osy. Její moment setrvačnosti je  $J$ . Na hřídel navineme niť a přes kladku zavěsíme závaží o hmotnosti  $m$ . Působením stálé síly  $mg$  po dráze  $h$  se soustava otáčí rovnoměrně zrychleným pohybem po dobu  $T$  až do vymotání nitě.



Obr.1

Zákon zachování mech. energie má tvar

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (1)$$

Rychlost  $v$  a  $\omega$  lze vyjádřit ze vztahů pro rovnoměrně zrychlený pohyb.

$$a = \frac{2h}{T^2}$$

$$v = aT = \frac{2h}{T} \quad (2)$$

$$\omega = \frac{2h}{rT}$$

Dosazením do (1) a úpravou vyjádříme  $J$

$$J = \left( \frac{T^2 mg}{2h} - m \right) r^2 \quad (3)$$

Podle parametrů úlohy lze druhý člen v závorce zanedbat a pak platí

$$J = \frac{r^2 mg T^2}{2h} \quad (4)$$

2. Na ramena umístíme do vzdálenosti  $a$  od osy otáčení dvě tělesa ( válce ) stejné hmotnosti a stejných rozměrů.. Moment setrvačnosti pravidelných těles vzhledem k těžišti lze vypočít. V našem případě je  $J_V$  . Podle Steinerovy věty moment dvou válců hmotnosti  $m_V$  ve vzdálenosti  $a$  je

$$J_a = J + 2(J_V + m_V a^2) \quad (5)$$

který opět můžeme pomocí popsané metody změřit a vypočít podle vztahu (5). Čas  $T$  bude větší.

Abychom se vyhnuli použití teoretického vztahu pro  $J_V$  , vyloučíme ho z měření následovně. Válce umístíme postupně do vzdálenosti  $a_1$  ,  $a_2$  .Odpovídající časy  $T_1$  ,  $T_2$  Platí

$$J_{a_1} = J + 2(J_V + m_V a_1^2) \quad (6)$$

$$J_{a_2} = J + 2(J_V + m_V a_2^2) \quad (7)$$

Rovnice odečteme a vyjádříme  $m_V$  :

$$m_V = \frac{J_{a_2} - J_{a_1}}{2(a_2^2 - a_1^2)} \quad (8)$$

Vyloučili jsme nejen  $J_V$  ,ale i  $J$  , tj. moment setrvačnosti soustavy, na kterou umístíme válečky.

Vyjádříme-li  $J_{an}$  pomocí vztahu (4) , pak

$$m_V = \frac{r^2 m g (T_2^2 - T_1^2)}{4h(a_2^2 - a_1^2)} \quad (9)$$

### 3 Použité měřicí přístroje a pomůcky

- Stolní váhy
- Posuvné měřítko
- Stopky
- Svinovací metr

### 4 Postup měření

- 1) Nejprve jsme posuvným měřítkem změřili průměr (a následně dopočetli poloměr  $r$ ) hřídele.
- 2) Na stolních vahách zvažili závaží o hmotnosti  $m$

- 3) Pomocí svinovacího metru jsme také změřili délku odmotávaného provázku a určili tak hodnotu  $h$ .
- 4) Do vzdálenosti  $a_1$  od osy jsme umístili na obě ramena dva stejné válce a změřili čas  $T_1$  pro roztočení.
- 5) Totéž opakujeme pro další  $a_2, a_3$ .
- 6) Podle vztahu (9) vypočetli hmotnosti  $m_V$  pro tři kombinace vzdálenosti  $a$ .
- 7) Hmotnost  $m_V$  a porovnali s hodnotou získanou vážením

## **5 Naměřené a vypočtené hodnoty**