

4. seminář

kombinatorika **a pravděpodobnost**


- **Pro lepší názornost spustíte jako prezentaci**

Příklad 1

- a) Určete počet všech čtyřciferných přirozených čísel, v jejichž dekadickém zápisu není nula a ze zbývajících devíti číslic se v něm každá vyskytuje nejvýše jednou.
- b) Kolik z těchto čísel je větších než 9.000?
- c) Kolik je jich menších než 3.000?

Řešení 1a

- Hledáme 4ciferná čísla bez 0 a bez opakování.
- Máme na výběr cifry 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Máme čtyři pozice:

$$\begin{array}{cccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 9 & * & 8 & * & 7 & * & 6 & = & \underline{\underline{3.024}} \end{array}$$


Kolik cifer lze na danou pozici umístit

Řešení 1b

- Kolik jich je větších než 9.000?
- Hledám 4ciferná čísla s konkrétní první cifrou.

$$\begin{array}{cccc} \mathbf{9} & & & \\ \hline & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{array}$$
$$1 * 8 * 7 * 6 = \underline{\underline{336}}$$

Řešení 1c

- Kolik jich je menších než 3.000?
- Hledám 4ciferná čísla s konkrétní první cifrou, kterou může být 1 nebo 2.

$$\begin{array}{c} \mathbf{1} \\ \hline 1 * 8 * 7 * 6 = 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \mathbf{2} \\ \hline 1 * 8 * 7 * 6 = 336 \end{array}$$

$$336 + 336 = \underline{\underline{672}}$$

Řešení 1 – pravděpodobnost

- Pravděpodobnost případu b)

$$P = 336/3024 = 0,111 = \underline{\underline{11,1\%}}$$

- Pravděpodobnost případu c)

$$P = 672/3024 = 0,222 = \underline{\underline{22,2\%}}$$

Příklad 2

- Určete, kolik telefonních čísel přichází v úvahu, jestliže si o čísele pamatujeme, že je šestimístné, začíná sedmičkou, neobsahuje žádné dvě stejné číslice a je dělitelné dvaceti pěti.

Řešení 2

- Hledáme 6ciferné číslo, které začíná konkrétní číslicí, neopakují se v něm cifry a je dělitelné 25.
- Číslo je dělitelné 25, pokud končí na:
 - 25 ... lze
 - 50 ... lze
 - 75 ... nelze, sedmička je už na začátku
 - 00 ... nelze, cifry se nesmí opakovat

Řešení 2

- Zbývají 2 varianty

$$\frac{7}{1} * \frac{\quad}{7} * \frac{\quad}{6} * \frac{\quad}{5} * \frac{2}{1} * \frac{5}{1} = 210$$

$$\frac{7}{1} * \frac{\quad}{7} * \frac{\quad}{6} * \frac{\quad}{5} * \frac{5}{1} * \frac{0}{1} = 210$$

$$210 + 210 = \underline{\underline{420}}$$

Příklad 3

- K sestavení vlajky, která má být složena ze tří různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici bílé, červené, modré, zelené a žluté pruhy.
 - a) Určete počet vlajek, které lze z těchto pruhů sestavit.
 - b) Kolik jich má modrý pruh uprostřed?
 - c) Kolik z nich má modrý pruh?
 - d) Kolik jich nemá uprostřed červený pruh?

Řešení 3a

- Kolik je všech možností?
- Sestavuji 3 pruhy z 5 možných, na pořadí záleží.

$$V(3;5) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 5 * 4 * 3 = \underline{\underline{60}}$$

Řešení 3b

- Kolik z nich má modrý pruh uprostřed?
- Jeden pruh je určený, vybírám 2 ze 4 barev.

$$V(2;4) = \frac{4!}{(4-2)!} = 4 * 3 = \underline{\underline{12}}$$

Řešení 3c

- Kolik má modrý pruh?
- Modrý pruh může být:
 1. nahoře,
 2. uprostřed,
 3. dole.

$$3 * V(2;4) = 3 \cdot \frac{4!}{(4-2)!} = 3 * 4 * 3 = \underline{\underline{36}}$$

Řešení 3d

- Kolik jich nemá uprostřed červený pruh?
- Všechny vlajky kromě té, která červený pruh uprostřed má.

$$60 - 12 = \underline{\underline{48}}$$

Řešení 3 – pravděpodobnost

- Pravděpodobnost b)

$$P = 12/60 = 0,2 = \underline{\underline{20\%}}$$

- Pravděpodobnost c)

$$P = 36/60 = 0,6 = \underline{\underline{60\%}}$$

- Pravděpodobnost d)

$$P = 48/60 = 0,8 = \underline{\underline{80\%}}$$

Příklad 4

- Určete, kolika způsoby je možné ze 7 mužů a 4 žen vybrat šestičlennou skupinu, v níž jsou
 - a) právě dvě ženy,
 - b) aspoň dvě ženy.

Řešení 4a

- Právě 2 ženy ve skupině.

$$\begin{aligned}K(2;4) * K(4;7) &= \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{(7-4)! \cdot 4!} \\&= \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\&= 6 * 35 = \\&= \underline{\underline{210}}\end{aligned}$$

Řešení 4b

- Aspoň 2 ženy.
- Tj. 2, 3 nebo 4 ženy.

$$K(2;4)*K(4;7) = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{(7-4)! \cdot 4!} = 6 * 35 = 210$$

$$K(3;4)*K(3;7) = \frac{4!}{(4-3)! \cdot 3!} \cdot \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} = 4 * 35 = 140$$

$$K(4;4)*K(2;7) = \frac{4!}{(4-4)! \cdot 4!} \cdot \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!} = 1 * 21 = 21$$

$$210 + 140 + 21 = \underline{\underline{371}}$$