



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Expertní systémy

Neurčitost – Dempster-Shaferova teorie

Jan Górecki



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Neurčitost (opakování)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Neurčitost je charakteristickým rysem složitých systémů. Vlastní povaha reality způsobuje, že poznatky, které z ní získáváme, jsou neurčité či vágní.
-

Příčiny neurčitosti (opakování)



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- problémy s daty; např.:
 - chybějící nebo nedostupná data
 - nespolehlivá data (např. z důvodu chyb měření)
 - nepřesná nebo nekonzistentní reprezentace dat
-

Příčiny neurčitosti (opakování)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- nejisté znalosti; např.:
 - znalost nemusí být platná ve všech případech
 - znalost může obsahovat vágní pojmy.
-

Dempster-Shaferova teorie



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Dempster-Shaferova teorie byla vyvinuta ve snaze o překonání některých nedostatků pravděpodobnostního přístupu, jako např. reprezentace neznalosti (ignorance) a požadavku, že součet měr důvěry v událost a její negaci musí být roven 1.
-

Dempster-Shaferova teorie



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Zatímco pravděpodobnost představuje stupeň, ve kterém je tvrzení považováno za pravdivé, míra domnění v DS teorii představuje podporu tomuto tvrzení. Růst pravděpodobnosti hypotézy redukuje pravděpodobnost komplementu, kdežto v DS teorii růst podpory hypotézy nezpůsobuje změnu podpory komplementu.
-

Dempster-Shaferova teorie



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- DS teorie je obecnější než bayesovský přístup, jelikož důvěra ve tvrzení a důvěra v negaci tohoto tvrzení nemusí být v součtu rovna 1.
-

- **Prostředí:** úplný systém vzájemně disjunktivních základních hypotéz .
 - $X = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$
-

Základní přiřazení



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Základní přiřazení (*basic probability assignment, mass probability function*) je funkce definovaná na množině všech podmnožin množiny X a nabývající hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, tj.

$$m: 2^X \rightarrow \langle 0, 1 \rangle,$$

která má tyto vlastnosti:

$$m(\emptyset) = 0, \quad \sum_{A \subseteq X} m(A) = 1$$

Základní přiřazení



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Hodnota $m(A)$ představuje míru důvěry, že platí právě hypotéza A , přičemž nevypovídá nic o míře důvěry ve složky množiny A .

Nemusí tedy platit $m(B) \leq m(A)$ pro $B \subseteq A$.

Řekneme, že A je *fokální element*, jestliže $m(A) > 0$.

Míra domnění (*measure of belief*) v platnost hypotézy A je definována jako součet základních přiřazení všech podmnožin množiny A :

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$$

Na rozdíl od základního přiřazení tedy $Bel(A)$ vyjadřuje míru domnění v hypotézu A nebo v jakoukoli z jejích podmnožin.

Platí:

$$Bel(A) + Bel(A^c) \leq 1, \text{ kde } A^c = X - A,$$

$$Bel(A) \leq Bel(B) \text{ pro } A \subseteq B,$$

$$Bel(X) = 1.$$

Míra věrohodnosti (*measure of plausibility*) :

$$Pl(A) = 1 - Bel(A^c)$$

Hodnota $Pl(A)$ vyjadřuje míru chyby při zamítnutí A .

Platí:

$$Bel(A) \leq Pl(A)$$

$$Pl(A) + Pl(A^c) \geq 1,$$

$$Pl(A) \leq Pl(B) \text{ pro } A \subseteq B.$$

Interval domnění

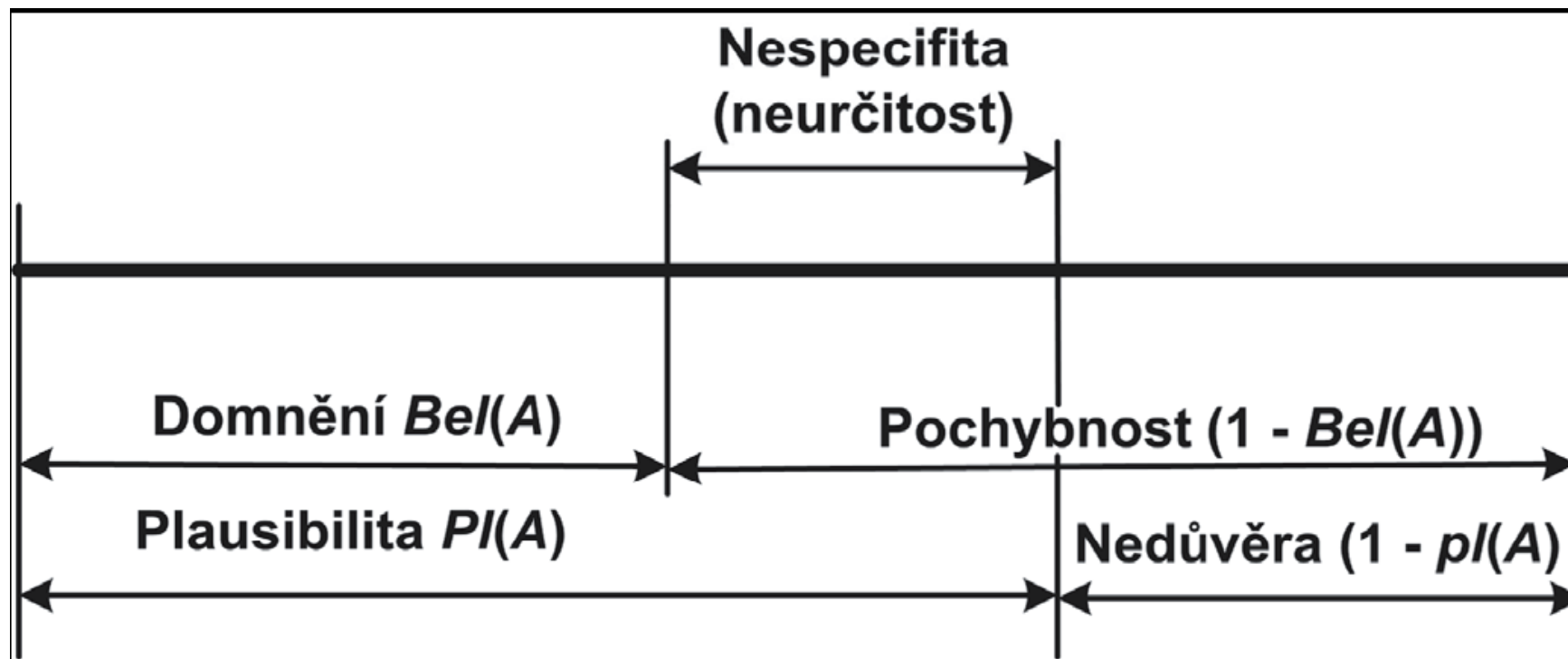


SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$\langle Bel(A), Pl(A) \rangle$$

Tento interval vyjadřuje rozsah naší jistoty o hypotéze A . Rozdíl $Pl(A) - Bel(A)$ se nazývá *nejistota* o hypotéze A nebo *ignorance*.

Intervaly domnění



Kombinace základních přiřazení



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$m_3(C) = \frac{\sum_{A, B \subseteq X, A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B)}{1 - \sum_{A, B \subseteq X, A \cap B = \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B)}$$

Základní přiřazení m_1 a m_2 mohou pocházet od různých expertů, případně m_1 může být výchozí základní přiřazení a m_2 základní přiřazení získané na základě nových skutečností.

Změna domnění



Jestliže pozorujeme B , pak se základní přiřazení, domnění a věrohodnost A mění takto:

$$m(A|B) = \frac{\sum_{C \subseteq X, C \cap B = A} m(C)}{1 - \sum_{C \subseteq X, C \cap B = \emptyset} m(C)} \quad \text{pro } A \neq \emptyset; m(\emptyset|B) = 0$$

$$Bel(A|B) = \frac{Bel(A \cup B^c) - Bel(B^c)}{1 - Bel(B^c)}$$

$$Pl(A|B) = \frac{Pl(A \cap B)}{Pl(B)}$$

Příklad 1



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Počítač nepracuje správně. Možné příčiny jsou závada napájení (*zn*), závada na hlavní desce (*zd*), závada operační paměti (*zp*) nebo závada grafické karty (*zg*). Definujte rámec domnění.

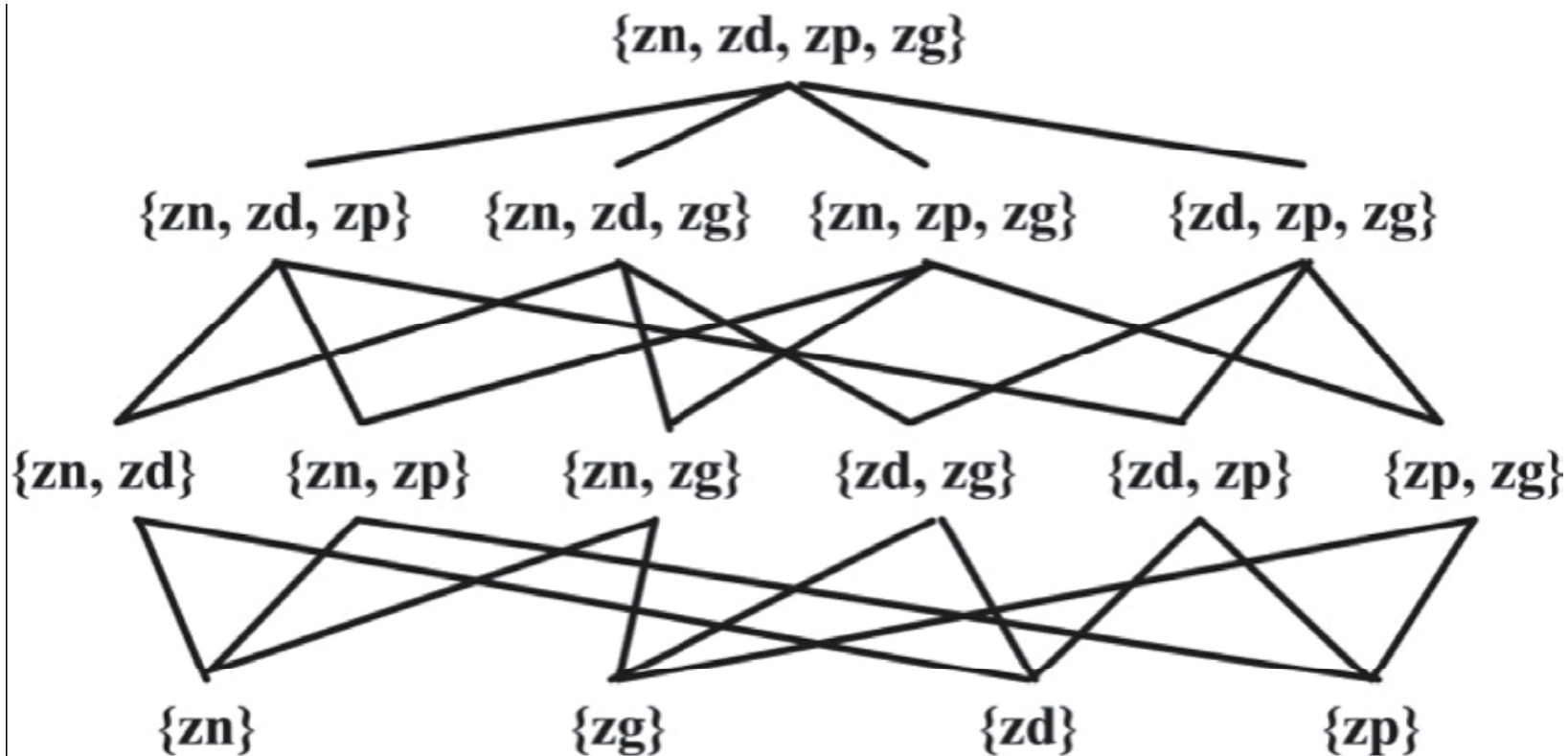
Příklad 1



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Odpověď: Uvedené příčiny tvoří množinu vzájemně disjunktivních základních (atomických) hypotéz.
Rámec domnění tedy je množina $\Theta = \{zn, zd, zp, zg\}$.

Příklad 1



Množina hypotéz (potenční množina 2°)

Příklad



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

V DS teorie je každá podmnožina hypotéz z 2^{Θ} považována za specifickou hypotézu, viz předešlý obrázek. Nedostatek domnění k jednotlivým hypotézám se nahrazuje domněním k celé množině všech hypotéz 2^{Θ} , což nazýváme stav nejistoty.

Příklad



Míra domnění ke specifické hypotéze se v DS teorii označuje reálným číslem z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Toto číslo indikuje také stupeň, se kterým jsme přesvědčeni, že důkazy (evidence) podporují hypotézu. V DS teorii se důkaz proti specifické hypotéze považuje za důkaz pro její negaci (například důkaz proti $\{zn\}$ je považován za důkaz pro $\{zd, zp, zg\}$ a podle toho bude přiřazen stupeň domnění).

Příklad 2



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Domníváme se, že závada na počítači je způsobena napájením nebo chybou na hlavní desce ($\{zn, zd\}$). Naše přesvědčení vyjádříme stupněm 0,6 (existují určité indicie této závady, které ohodnotíme stupněm 0,6). Neexistuje žádný důkaz pro podporu výběru mezi závadou na hlavní desce a závadou napájení. Jaká jsou základní přiřazení bba ?

Příklad 2



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Odpověď: $m(\{zn, zd\}) = 0,6$, a $m(\Theta) = m(\{zn, zd, zp, zg\}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Příklad 3



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Test vyvrátil, že by porucha počítače byla způsobena závadou na napájení, a to stupněm 0,7. Jaká jsou bba?

Příklad 3



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Odpověď: Důkaz proti závadě na napájení se považuje za důkaz pro negaci (zn). Tedy $m(\{zd, zp, zg\}) = 0,7$ a $m(\Theta) = 0,3$.

Příklad 4



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Jaká je velikost $Bel(\{zn, zd, zg\})$?

Příklad 4



$$\begin{aligned} \text{Odpověď: } Bel(\{zn, zd, zg\}) &= m(\{zn, zd, zg\}) + \\ & m(\{zn, zd\}) + + m(\{zn, zg\}) + m(\{zd, zg\}) + m(\{zn\}) \\ & + m(\{zd\}) + m(\{zg\}). \end{aligned}$$

Příklad 5



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$m(\{zn\}) = 0,6$. Jaká je velikost $Bel(\{zn\})$?

Příklad 5



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Odpověď: Pro množinu s jediným prvkem platí, že $Bel(A) = m(A)$, tedy $Bel(\{zn\}) = 0,6$.

Shrnutí



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$Bel(A)$ odpovídá celkové velikosti domnění přiřazené podmnožině A . Znalost $Bel(\neg A)$ (domnění ke komplementu A) je také užitečná informace. Vedle funkce $Bel(A)$ existují jiné funkce, které vyjadřují stejnou informaci, ale mají jinou interpretaci, například míra věrohodnosti (measure of plausibility, upper probability function)

Děkuji za pozornost

Některé snímky převzaty od:

RNDr. Jiří Dvořák, CSc. dvorak@fme.vutbr.cz

doc. Ing. Ladislav Beránek, CSc. beranek@ef.jcu.cz