

MATEMATIKA – seminář č. 12 – DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

Mějme funkci jedné proměnné $y = f(x)$. Diferenciální rovnice je rovnice, která kromě x a y obsahuje i derivaci (derivace) funkce y .

Příklady:

$y' + 5y = x^2$ je diferenciální rovnicí 1. řádu 1. stupně

$(y')^2 - 6xy' - 5y = 0$ je diferenciální rovnicí 1. řádu 2. stupně.

$(y'')^3 - (y')^5 x^2 - y^8 + 5x = 0$ je diferenciální rovnicí 2. řádu 3. stupně.

Rozlišujeme tři druhy řešení diferenciální rovnice:

- *Obecné řešení* je funkce $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$ vyhovující dané rovnici a obsahující konstanty C_i (podobně jako u neurčitého integrálu).
- *Partikulární řešení* dostaneme z obecného řešení tak, že za konstanty C_i dosadíme nějaké konkrétní hodnoty, které mohou vyplývat například z takzvaných počátečních podmínek
- *Singulární řešení* je řešení, které nelze získat z obecného řešení pro žádné hodnoty C_i , často se jedná o funkce typu $y = 0$ apod.

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE SE SEPAROVATELNÝMI PROMĚNNÝMI

Rovnice tvaru: $P(x) + Q(y)y' = 0$ nebo $P(x) dx + Q(y) dy = 0$. Představuje nejjednodušší typ diferenciálních rovnic, které se řeší separací proměnných, tj. členy s x převedeme na jednu stranu rovnice, členy s y na druhou stranu, a integrujeme.

.....
1. Najděte obecné (partikulární) řešení rovnic:

a) $y' = 3x + 2, y(1) = 2$

b) $y' - 2y = 0, y(0) = 2$

c) $xy' + 2y = 0, y(3) = 3$

d) $2x(2 + y^2) + y(4 - x^2)y' = 0$

e) $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$

f) $y' = \frac{y - 1}{x + 1}$