

Derivace reálné funkce jedné reálné proměnné

Studijní materiál k seminářům Kvantitativní metody v ekonomické praxi

A. Aplikace základních vzorců, derivování c-násobků, rozdílů a součtů

V následujících cvičeních vypočítejte derivaci funkce $f(x)$.

1. konstantní a lineární funkce

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| (a) $f(x) = 9x + 4$ | (e) * $f(x) = 15 - \pi x$ |
| (b) $f(x) = 23 - 5x$ | (f) * $f(x) = 9\pi$ |
| (c) $f(x) = -8$ | (g) $f(x) = 1 - \frac{3x}{4}$ |
| (d) $f(x) = 0$ | (h) $f(x) = \frac{2x + 1}{3}$ |

2. polynomické funkce

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------------|
| (a) $f(x) = 3x^5 - 5x^4 + x^3$ | (e) $f(x) = 13x^3 - 3\sqrt{2}$ |
| (b) $f(x) = -x^2 - x - 1$ | * (f) $f(x) = X^6 \ln 2 - 1$ |
| (c) $f(x) = -x^{20} + 5x^7$ | (g) $f(x) = \frac{4x^3 - 3x^2 + 18}{12}$ |
| (d) $f(x) = x^{23} + 12x^3 - 9x$ | (h) $f(x) = 5x - \frac{3}{4} \cdot x^2$ |

3. racionální funkce

- | | |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| (a) $f(x) = \frac{1}{4x^4}$ | (e) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{2x}$ |
| (b) $f(x) = \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^7}$ | (f) $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{x^5}{15}$ |
| (c) $f(x) = 2x^{-12} + \frac{1}{2x}$ | (g) $f(x) = 25x - \frac{1}{x^3}$ |
| (d) $f(x) = \frac{x^5 - 2}{x^2} + \frac{1}{5x^8}$ | |

Derivace reálné funkce jedné reálné proměnné

Studijní materiál k seminářům Kvantitativní metody v ekonomické praxi

4. iracionální funkce

- | | | | |
|-----|-------------------------------------------------|-------|------------------------------------------------------------------------------|
| (a) | $f(x) = \sqrt{x^5} - \sqrt[3]{x^4}$ | (e) | $f(x) = 9\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^{11}}$ |
| (b) | $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ | (f) | $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ |
| (c) | $f(x) = \frac{5}{3^4\sqrt{x^3}} + \sqrt{x} + 3$ | * (g) | $f(x) = \frac{5x^2}{\sqrt[5]{x^2}} + 30\sqrt[15]{x} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$ |
| (d) | $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2}$ | * (h) | $f(x) = \frac{3}{x^2} + 4\sqrt{x^4}$ |

5. kombinace s exponenciálními a logaritmickými a goniometrickými funkcemi

- | | | | |
|-----|--------------------------------|-----|--------------------------------------------------------|
| (a) | $f(x) = 2e^x - 2^x + 7e^{2x}$ | (e) | $f(x) = \sin(x) - 2\cos(x)$ |
| (b) | $f(x) = 5e^x + x^4 + 4^x$ | (f) | $f(x) = \operatorname{tg}(x) - \operatorname{cotg}(x)$ |
| (c) | $f(x) = 7\ln(x) + \log(x) + 2$ | (g) | $f(x) = -12x + \sin^2(x) + \frac{3}{x}$ |
| (d) | $f(x) = 5\sin(x) - 20x^2 - x$ | | |

6. kombinace s cyklometrickými funkcemi

- | | |
|-------|----------------------------------------------------------------|
| (a) | $f(x) = \sin(x) + 2\arccos(x)$ |
| (b) | $f(x) = 5\operatorname{tg}(x) + 7\operatorname{arccotg}(x)$ |
| (c) | $f(x) = \arcsin(x) - 5\operatorname{arctg}(x)$ |
| * (d) | $f(x) = \operatorname{cotg}(\operatorname{arccotg}(x^2)) - 6x$ |

B. Derivování součinů a podílů

- | | | | |
|-----|------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------------|
| (a) | $f(x) = x^2 \cdot \operatorname{tg}(x)$ | (h) | $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ |
| (b) | $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln(x)$ | (i) | $f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{1+x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg}(x)$ |
| (c) | $f(x) = \sqrt{x} \cdot \cos(x)$ | (j) | $f(x) = \frac{2-x}{3x+4}$ |
| (d) | $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot \operatorname{arctg}(x)$ | (k) | $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$ |

Derivace reálné funkce jedné reálné proměnné

Studijní materiál k seminářům Kvantitativní metody v ekonomické praxi

(e) $f(x) = x \sin x + \cos x$ (l) $f(x) = \frac{e^x}{\sin(x)}$

(f) $f(x) = \sin(x) \cdot (x^2 - 2x)$

(g) $f(x) = x \cdot \ln(x)$

C. Derivování složených funkcí

(a) $f(x) = 2e^{3x}$ (f) $f(x) = (x^2 - 1)^3$

(b) $f(x) = \sin(x^5 + 4x - 1)$ (g) $f(x) = \ln \cos x$

(c) $f(x) = \ln(\operatorname{tg}(x^3))$ (h) $f(x) = \ln(1 + x^6)$

(d) $f(x) = 3 \ln(5x)$ (i) $f(x) = \sin^2 x$

(e) $f(x) = \arcsin \frac{x-2}{2}$