



# Úvěrové riziko a modely jeho měření 2

Pavla Klepková Vodová

# Modely měření úvěrového rizika

- model CreditMetrics
- model CreditRisk+
- model KMV
- McKinseyův model
- systém úvěrových analýz KPMG
- modely založené na pojistném přístupu
- aplikace moderní teorie portfolia na portfolio úvěrů

# Model CreditRisk+

- Credit Suisse Group (prosinec 1996)
- model odhaduje rozdělení ztrát během určitého časového horizontu a ekonomický kapitál pomocí Value at Risk
- jde o model typu DM (default-mode)
- vhodný pro výpočet úvěrového rizika portfolií obsahujících velký počet dlužníků s nízkou pravděpodobností defaultu
- předpoklady:
  - pravděpodobnost defaultu za určité časové období je stejná jako v kterémkoliv jiném časovém období
  - pravděpodobnost defaultu jakéhokoliv dlužníka je malá a počet stavů defaultu, které se objeví kdykoliv v čase, je nezávislý na počtu stavu defaultů v jiném čase

# Časový horizont

- doporučené jsou dva typy časových horizontů:
  - časový horizont jednoho roku
    - pro výpočet ekonomického kapitálu na krytí úvěrového rizika
  - horizont držení do doby splatnosti
    - pro portfoliový pohled

# Komponenly modelu CreditRisk+

## CREDITRISK+

### Credit Risk Measurement

Exposures

Default Rates

Recovery Rates

Default Rate Volatilities

CREDITRISK+ Model

### Economic Capital

Credit Default Loss Distribution

Scenario Analysis

### Applications

Provisioning

Limits

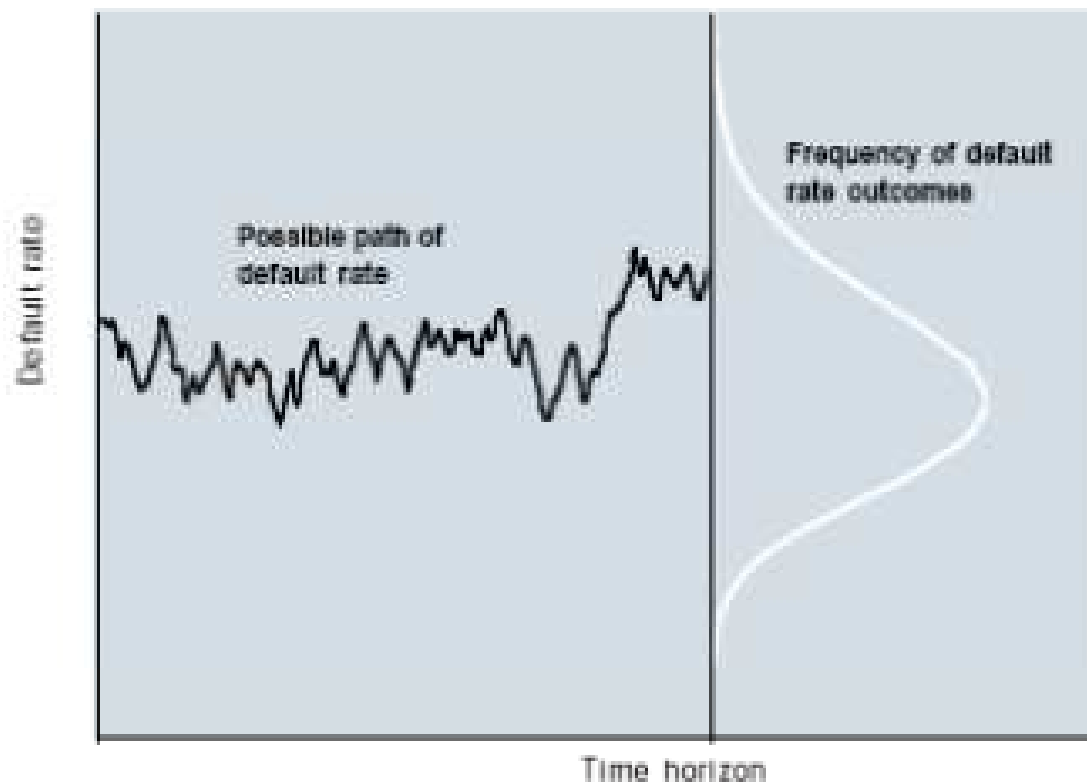
Portfolio Management

# Vstupy do modelu CreditRisk+

- úvěrové expozice
  - úvěry, dluhopisy, záruky, akreditivy, expozice z derivátů
  - pro některé z expozic je třeba odhadovat jejich hodnotu v čase defaultu
- míry defaultu dlužníků
- volatility měr defaultu dlužníků
- míry ozdravení

# Míry defaultu dlužníků (1)

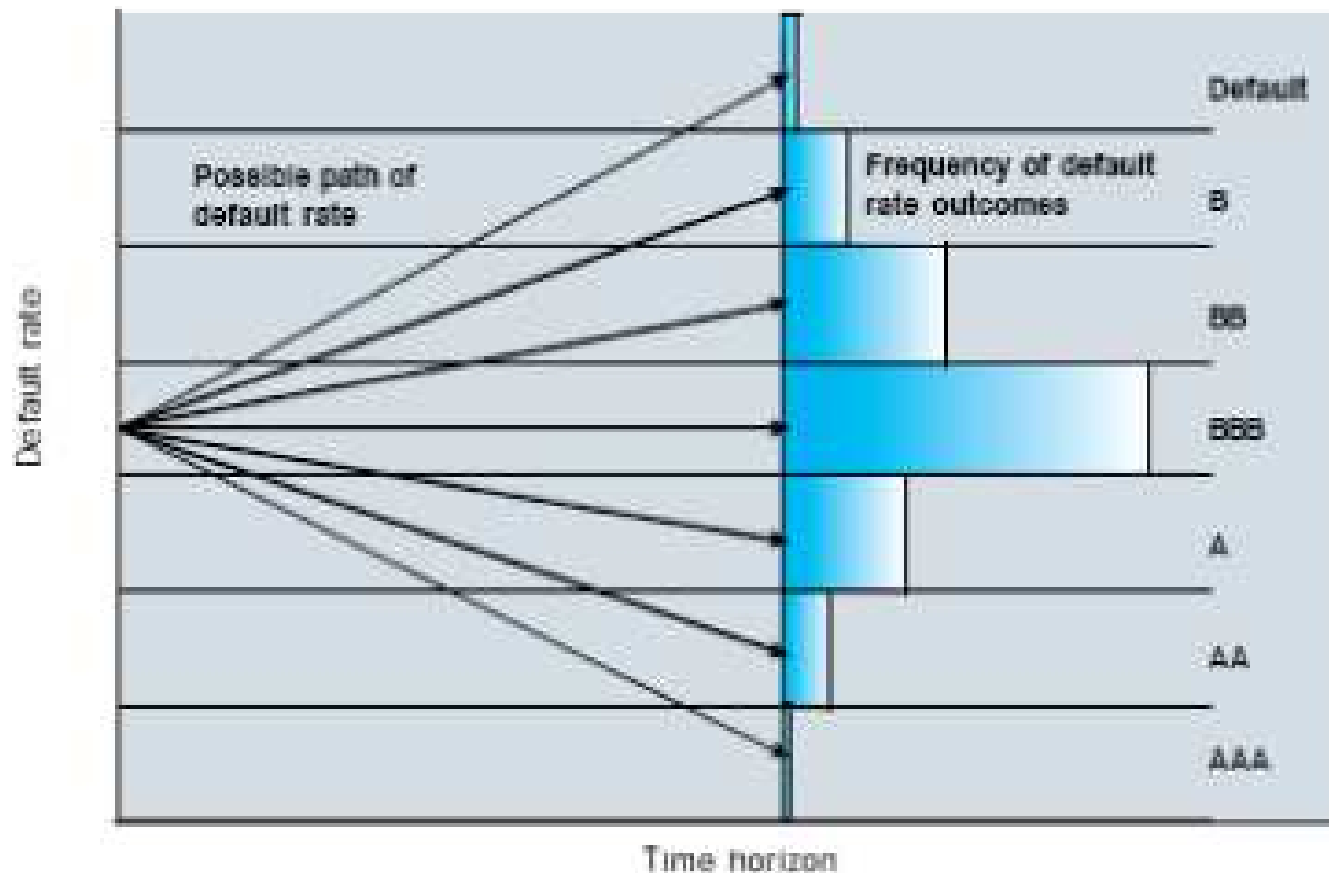
- míra defaultu = spojitá náhodná veličina  
→ možná míra selhání za určité časové období je popsána distribuční křivkou





# Pro srovnání:

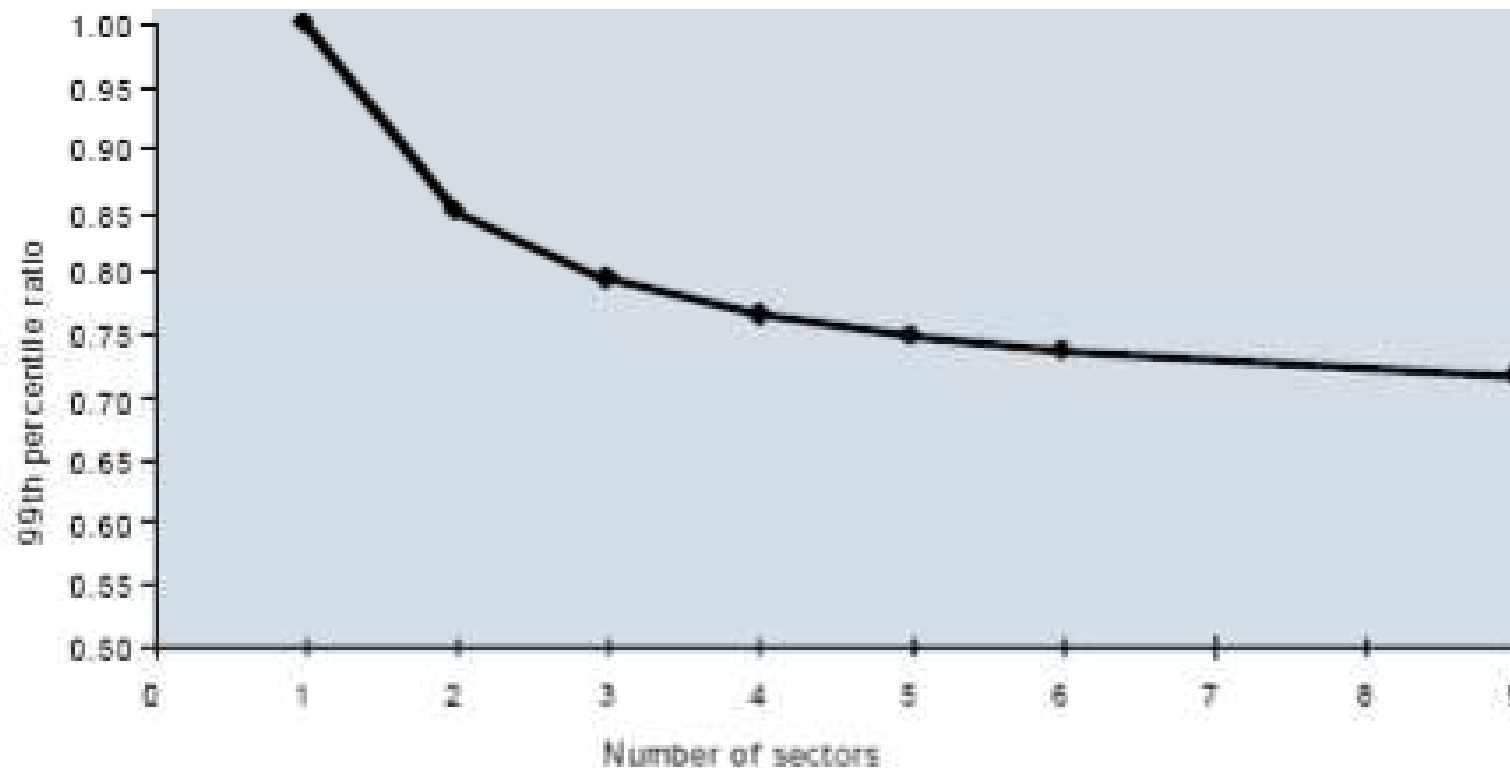
- v modelu CreditMetrics je míra selhání diskrétní proměnnou:





# Míry defaultu dlužníků (2)

- důvody defaultu model nezkoumá
- korelaci měr defaultu model zohledňuje volatilitou měr defaultu a sektorovou analýzou



# Míry defaultu dlužníků (3)

- jak určit míru defaultu?
  - z úvěrového rozpětí
  - výpočtem z historických údajů
  - z ratingu

Credit rating	One-year default rate
Aaa	0.00
Aa	0.03
A	0.01
Baa	0.12
Ba	1.36
B	7.27

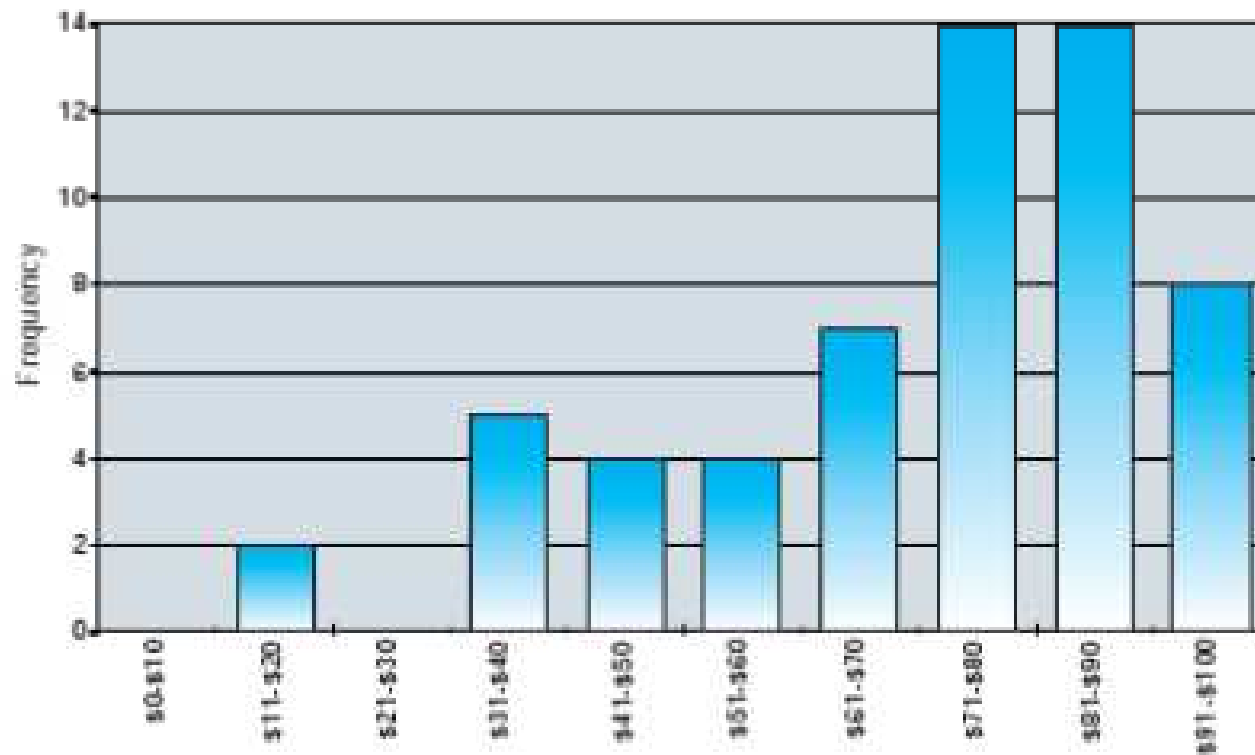
# Volatility měr defaultu dlužníků

Credit rating	One-year default rate (%)	
	Average	Standard deviation
Aaa	0.00	0.0
Aa	0.03	0.1
A	0.01	0.0
Baa	0.12	0.3
Ba	1.36	1.3
B	7.27	5.1

Source: Carty & Lieberman, 1996, Moody's Investors Service Global Credit Research

# Míry ozdravení (1)

- vykazují značnou volatilitu



Source: Defaulted Bank Loan Recoveries (November 1996), Moody's Investors Service Global Credit Research

# Míry ozdravení (2)

- závisí na charakteru pohledávky

Seniority and security	Average	Standard deviation
Senior secured bank loans	71.18	21.09
Senior secured public debt	63.45	26.21
Senior unsecured public debt	47.54	26.29
Senior subordinated public debt	38.28	24.74
Subordinated public debt	28.29	20.09
Junior subordinated public debt	14.66	8.67

Source: Historical Default Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-1996 (January 1997) Moody's Investors Service Global Credit Research

# Fáze procesu modelování

Fáze 1

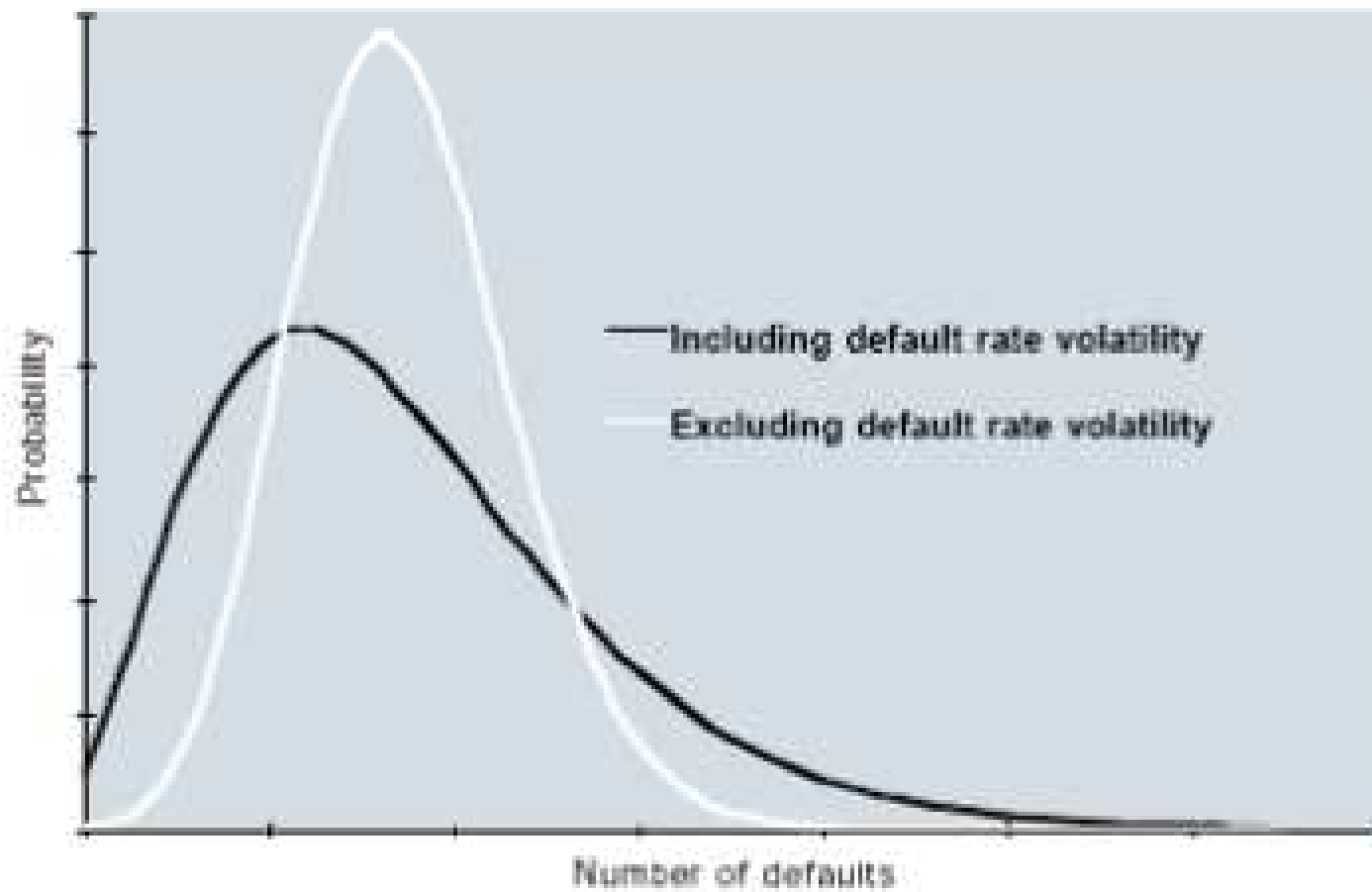
Jaká je  
frekvence  
defaultu?

Jaký je dopad  
ztrát?

Fáze 2

Výsledné  
rozdělení ztrát  
z defaultu

# Frekvence defaultu



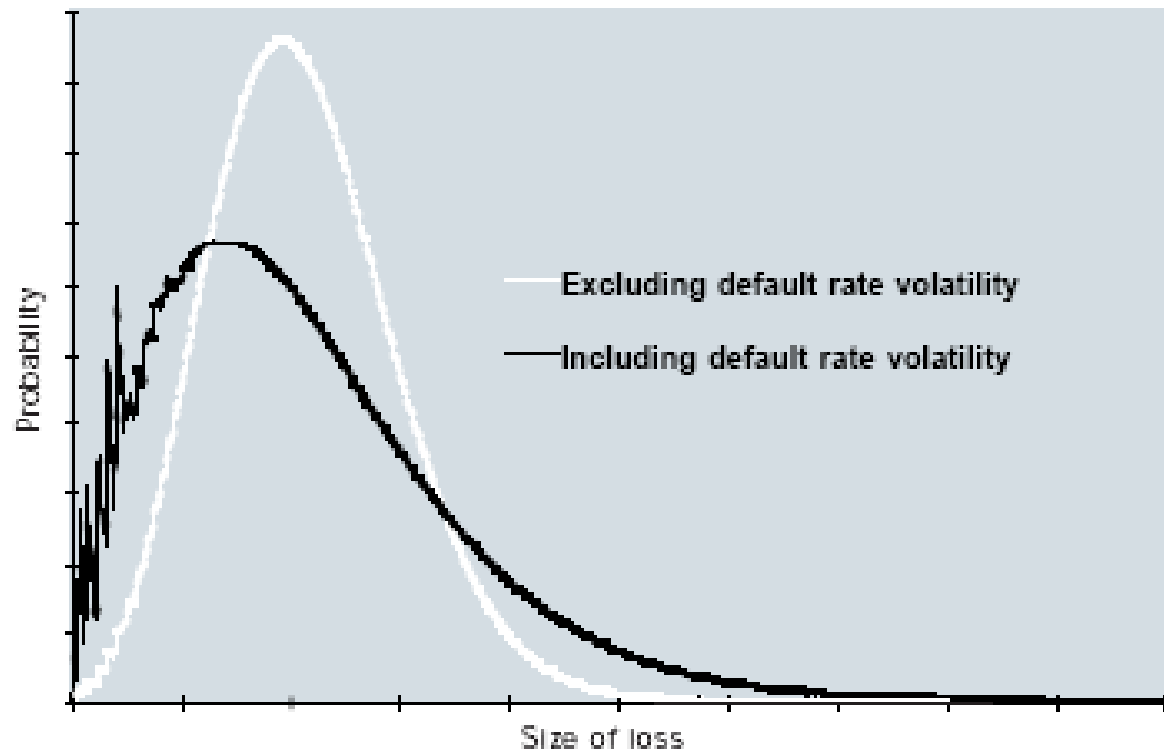


# Dopad ztrát

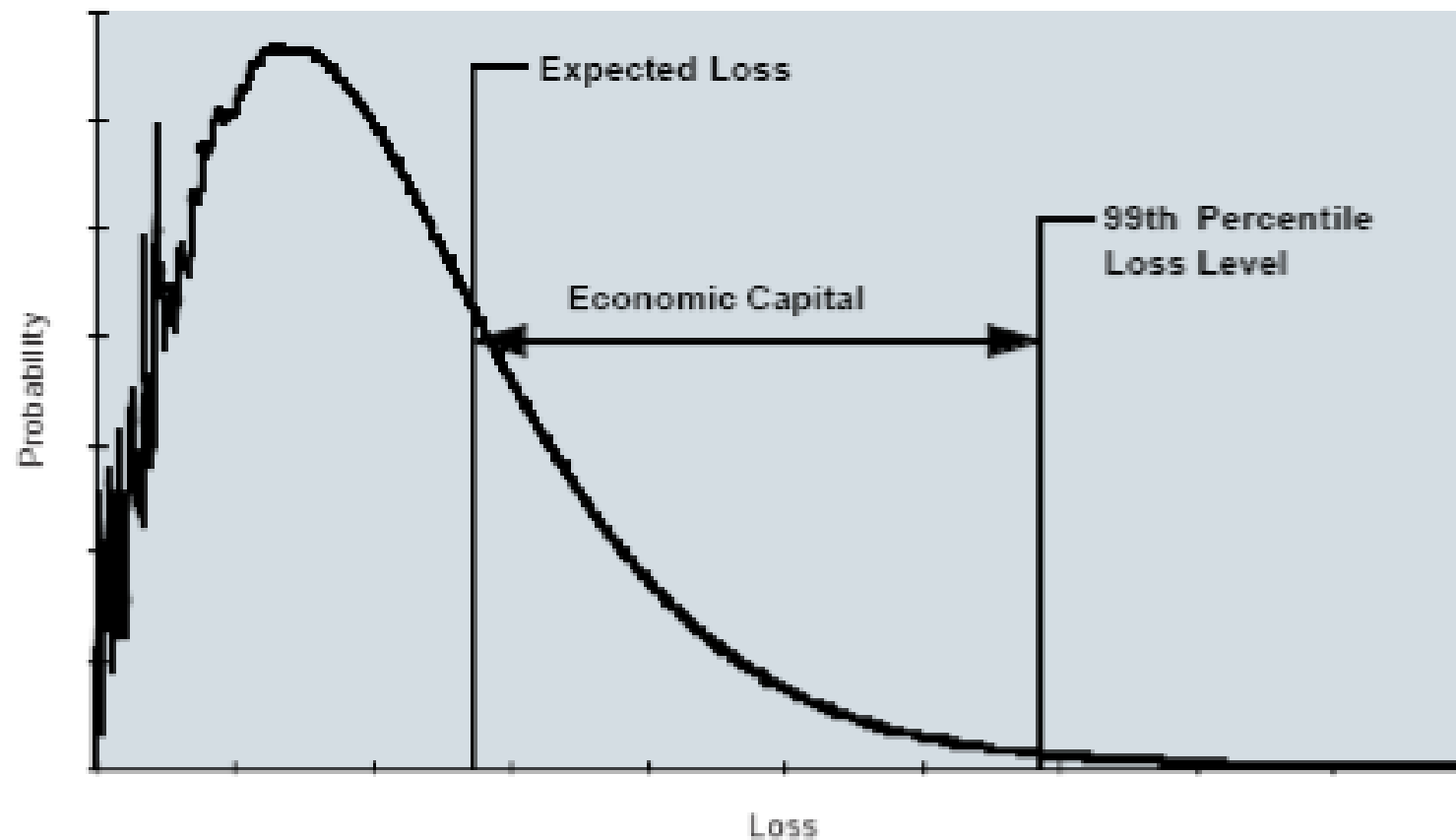
- výše ztráty v případě defaultu = tržní hodnota expozice – ozdravení

# Výsledné rozdělení ztrát z defaultu

- objemy ztrát se rozdělí do pásem
- očekávaná ztráta určitého pásma = průměr očekávaných ztrát
- rozdělení ztrát:



# Ekonomický kapitál pro úvěrové riziko



# Model KMV

- KMV Corporation (1989) – Stephen Kealhofer, John McQuown a Oldrich Vasicek
- patří do kategorie modelů default-mode
- používá tržních i účetních hodnot
- možnost zvolit si jakýkoliv časový horizont
- pravděpodobnost defaultu je endogenní veličina spojená se strukturou aktiv a pasiv firmy dlužníka
- základní pojem modelu: EDF = očekávaná četnost selhání (expected default frequency) = pravděpodobnost selhání pro jednotlivé dlužníky

# Postup při odhadu EDF

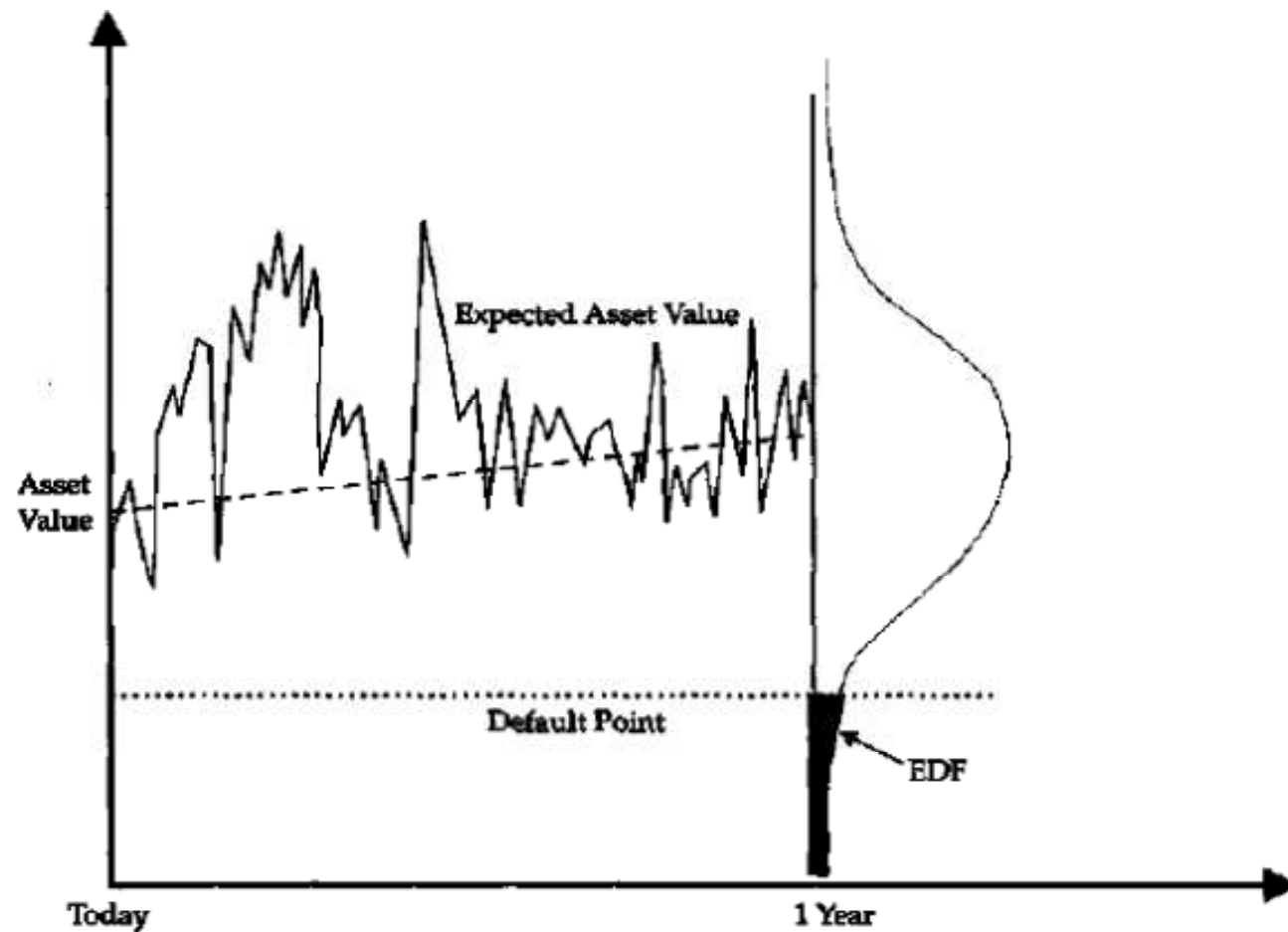
1. odhad hodnoty aktiv ( $V$ ) a volatility hodnoty aktiv ( $\sigma$ )
2. odhad bodu selhání (DPT – default point)
3. odhad vzdálenosti od selhání (DD – distance to default)
4. výpočet EDF

# Odhad hodnoty aktiv ( $V$ ) a volatility hodnoty aktiv ( $\sigma$ )

- Mertonův model pro oceňování opcí – předpoklady:
  - tržní hodnota podniku má lognormální rozdělení
  - rozdělení výnosů aktiv je stabilní v čase
  - volatilita výnosů aktiv je konstantní
  - kapitálová struktura podniku má tyto složky:
    - vlastní kapitál
    - krátkodobé závazky
    - dlouhodobé závazky
- tržní hodnota aktiv podniku  $V$  je funkcí:
  - tržní hodnoty akcií podniku
  - volatility vývoje cen akcií podniku
  - ukazatele leverage
  - průměrného kupónu placeného na dlouhodobý dluh
  - bezrizikové úrokové míry
- speciální modely pro odhad volatility

# Odhad bodu selhání (DPT – default point)

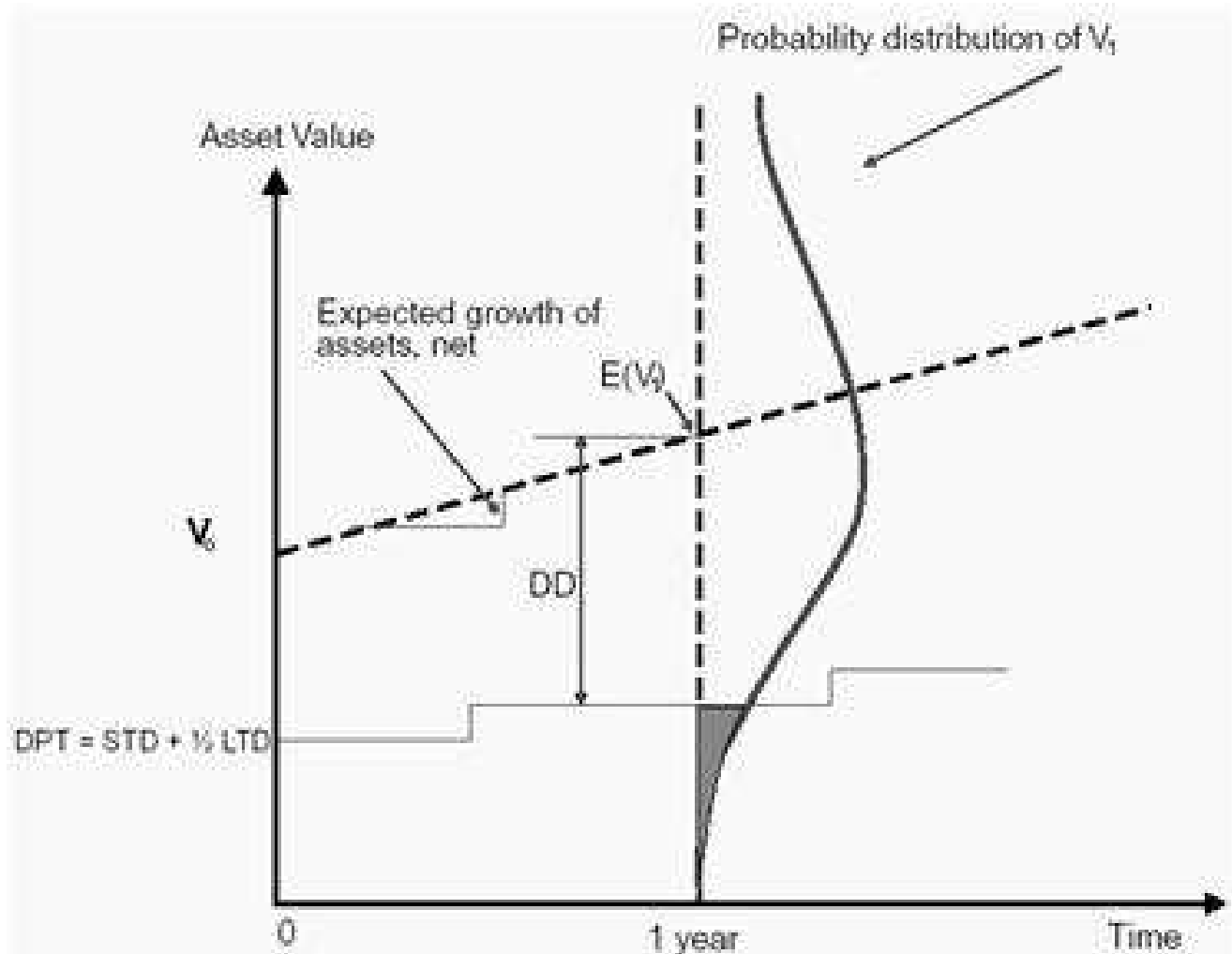
- DPT = hodnota krátkodobých dluhů +  $\frac{1}{2}$  dlouhodob. dluhů





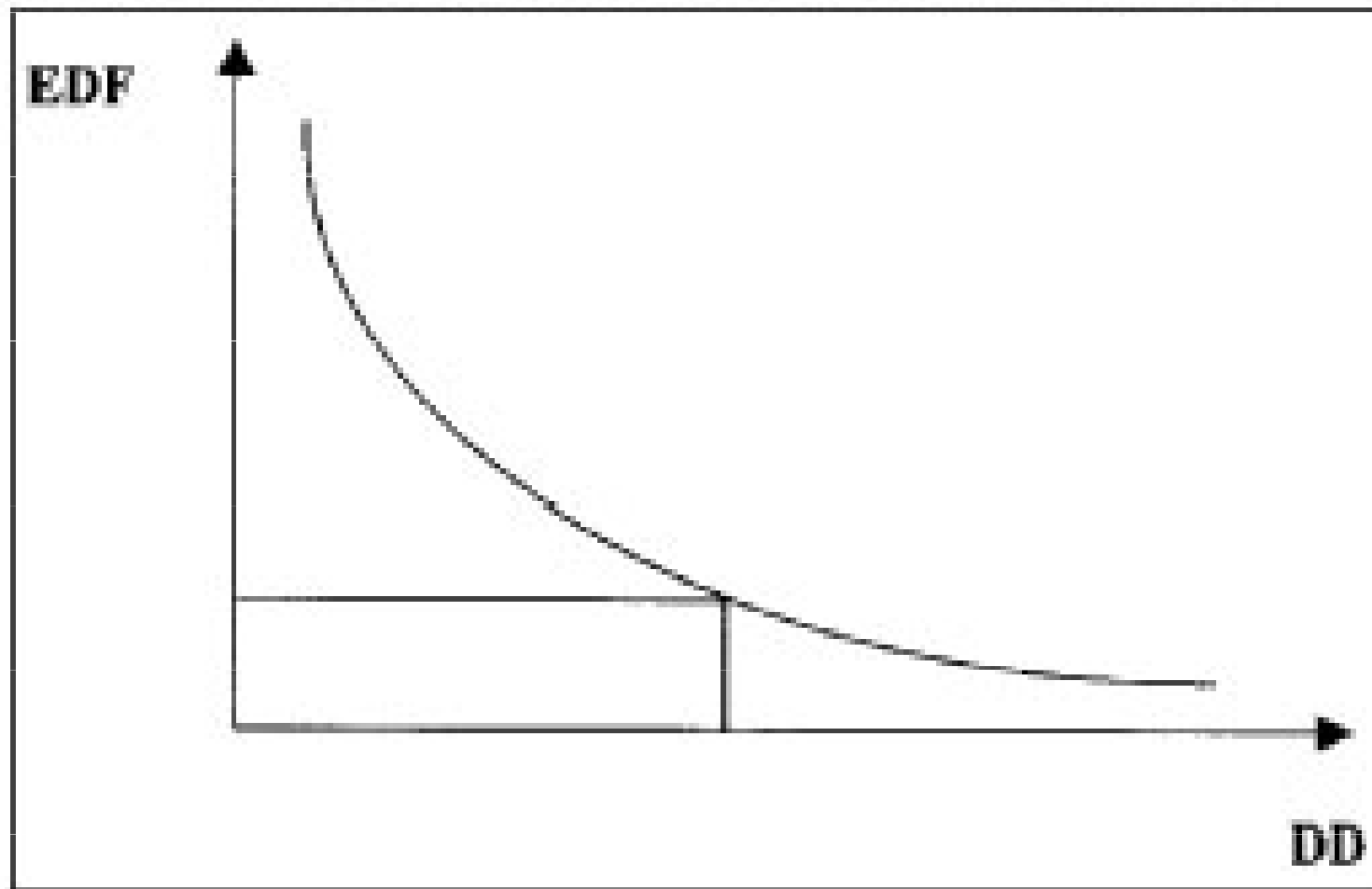
# Odhad vzdálenosti od selhání (DD – distance to default)

$$DD = \frac{E(V_1) - DPT}{\sigma}$$



EDF = očekávaná četnost selhání

## Vztah mezi vzdáleností od selhání a EDF



# Příklad

- Předpokládejme, že jsou dané tyto údaje: očekávaná hodnota aktiv za 1 rok = 1.200, analyzovaná volatilita hodnoty aktiv = 100, krátkodobé závazky 600, dlouhodobé závazky 400. Vypočtete vzdálenost od selhání.
- V portfoliu máme 5.000 podniků, které dosáhly stejné hodnoty DD. Předpokládáme, že v průběhu jednoho roku se do defaultu dostalo 20 z nich. Jaká je pak pravděpodobnost defaultu?

# Příklad

- Máte k dispozici následující údaje o firmě ABC (údaje s výjimkou volatility jsou v mld. USD). Doplňte tabulku a komentujte, proč došlo k nárůstu pravděpodobnosti defaultu (EDF) v průběhu 1 roku:

	2007	2008
Tržní kapitalizace	7,7	7,3
Krátkodobé závazky	1,5	1,4
Dlouhodobé závazky	3,8	4,2
Oček. hodnota aktiv	12,6	12,2
Volatilita aktiv	15 %	17 %
DPT		
DD		
EDF	0,06 %	0,11 %

# Výhody a nevýhody modelu KMV

- **výhody:**
  - aplikovatelnost na veřejně obchodovatelné společnosti
  - založen na akciových, dopředu hledících a nikoliv na historických datech
- **nevýhody:**
  - hodnota aktiv firmy není obchodovatelná ani pozorovatelná
  - předpověď úpadku se zvyšuje s přibližováním hodnoty aktiv firmy bodu úpadku
  - EDF pro neobchodované společnosti musí být založena na účetních datech a na porovnání
  - nerozlišuje rozdílnost tranší dluhů
  - KMV je statický model

# McKinseyův model (1)

## ★ (McKinsey CreditPortfolioView)

- zejména úvěry s nižší kvalitou jsou vysoce citlivé na stav hospodářského cyklu → jak to zohlednit?
  - dvě oddělené matice migrací pro období v recesi a nikoliv v recesi
  - přímo modelovat vztah mezi pravděpodobností migrace a makroekonomickými faktory (McKinsey CreditPortfolioView)

# McKinseyův model (2)

- faktory důležité pro měření úvěrového rizika:
  - očekávaná ztráta
  - CRC (credit risk capital) = kapitál potřebný na pokrytí ztrát z úvěrového rizika
- odlišnosti modelu:
  - modeluje skutečné diskrétní rozdělení ztrát, závisících na počtu a velikosti úvěrů
  - měření ztrát (či zisků)
    - na bázi default-nondefault
    - na bázi mark-to-market
    - rozdělení průměrných odpisů z retailového portfolia
  - tabelované rozdělení ztrát je řízeno stavem ekonomiky
  - specifické vlivy zemí a odvětví - použití empirických vztahů, které modelu umožňují imitovat skutečné korelace defaultu mezi odvětvím a regiony na úrovni jednotlivých transakcí i celého portfolia



# McKinseyův model (3)

- komponenty modelu:
  - vícefaktorový model systematického rizika defaultu (multi-factor model of systematic default risk)
  - tabelování diskrétního rozdělení ztrát pro jakékoli portfolio úvěrových expozic (likvidní i nelikvidní, konstantní i nekonstantní, diverzifikované i nediverzifikované)

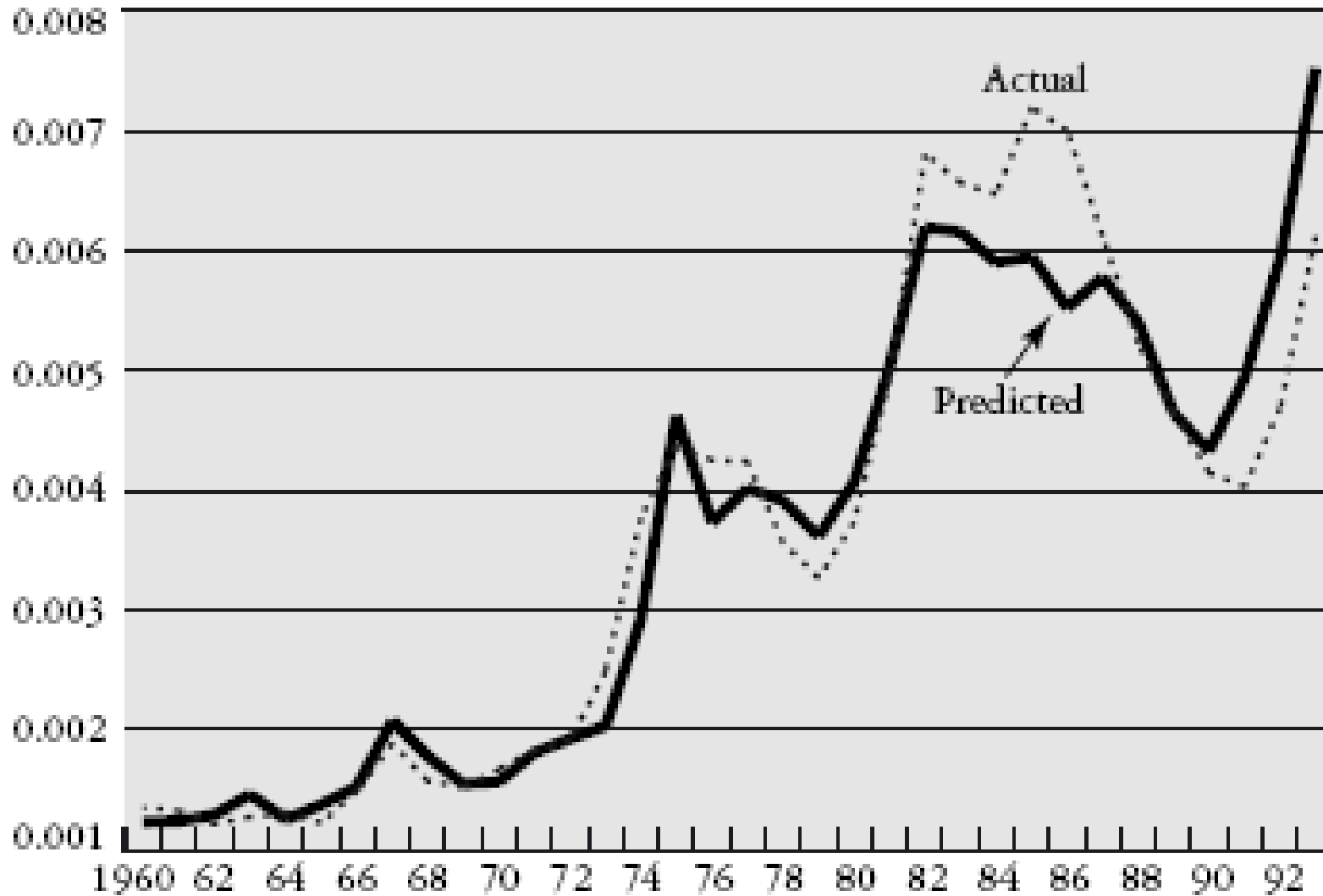
# Vícefaktorový model systematického rizika defaultu

- předpoklady:
  - diverzifikace pomáhá redukovat ztráty
  - podstatná část systematického (nediverzifikovatelného) rizika nicméně zůstává i v těch nejvíce diverzifikovaných portfoliích
  - systematické riziko portfolia je důsledkem zejména makroekonomického „zdraví“
  - různé odvětví ekonomiky reagují různě na makroekonomické šoky
  - migrace v rámci ratingových kategorií závisí také na stavu ekonomiky

# ACTUAL VERSUS PREDICTED DEFAULT RATES

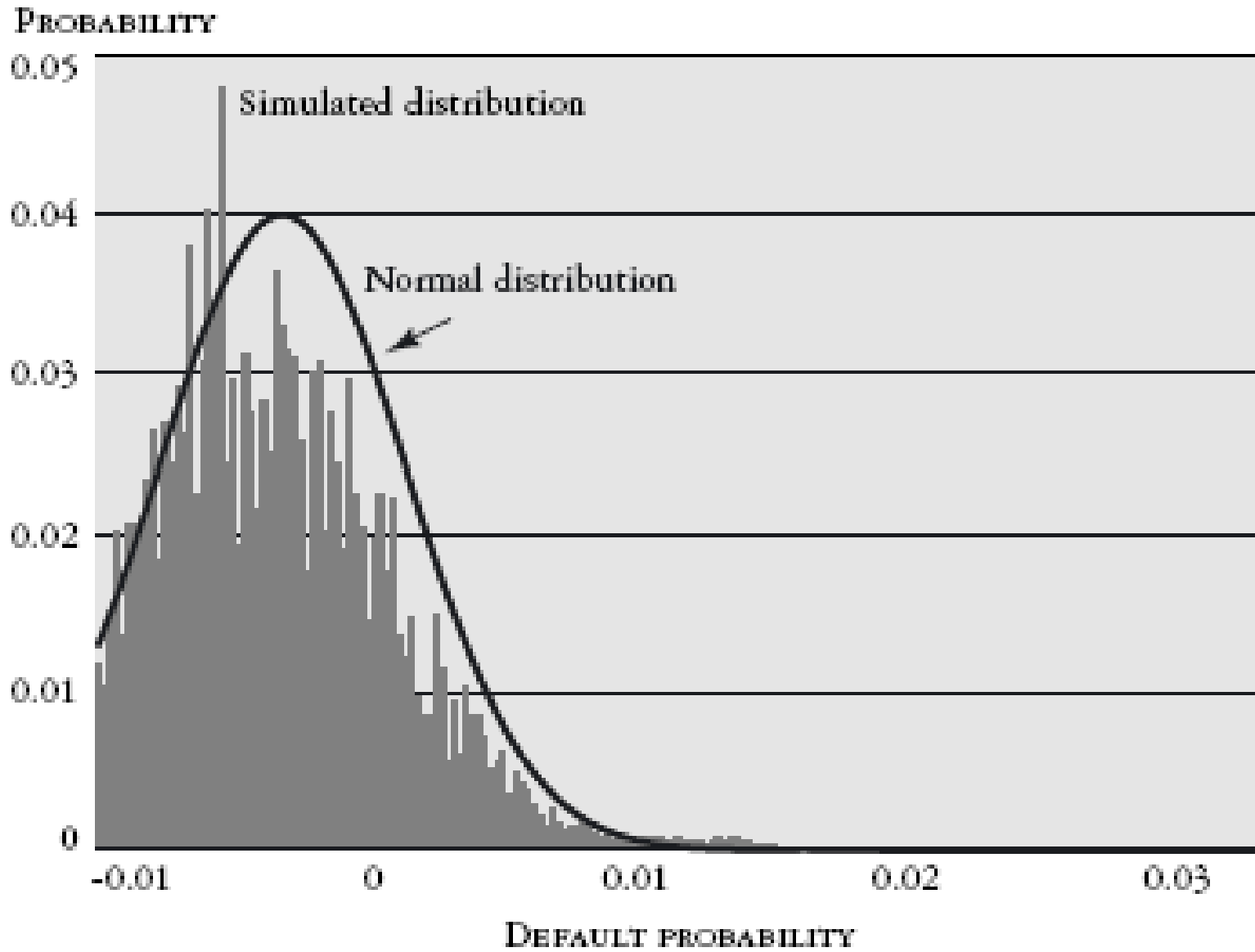
Germany

DEFAULT RATES



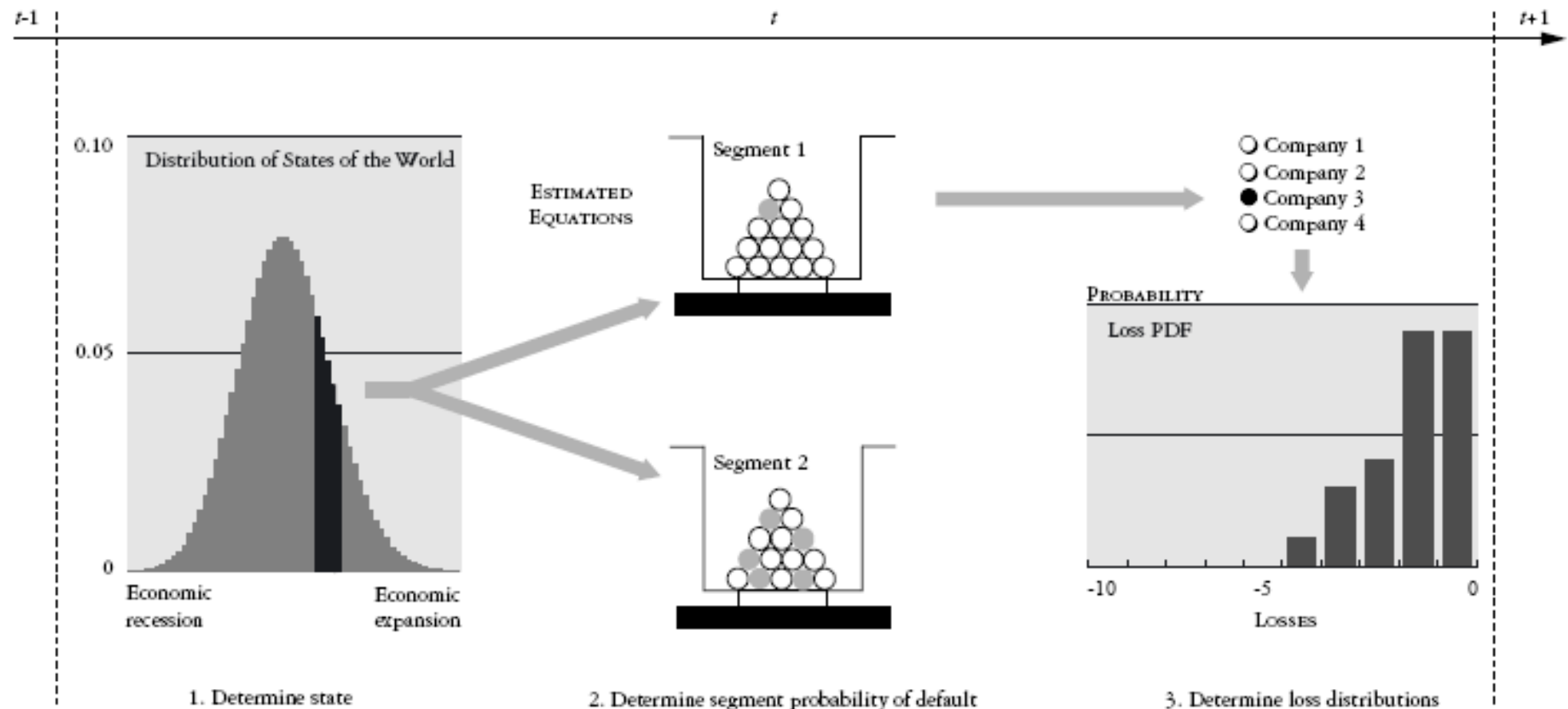
# SIMULATED DEFAULT PROBABILITIES

Germany, Single-A-Rated Five-Year Cumulative Default Probability



# Tabelování diskrétního rozdělení ztrát

## MODEL STRUCTURE



# Tabelování diskrétního rozdělení ztrát

1. simulací je determinován stav ekonomiky
2. určení pravděpodobnosti defaultu pro každý segment (zemi/odvětví)
3. určení rozdělení ztrát

*Exhibit 6*

**NUMERICAL EXAMPLE**

1. Determine state	State	GDP	Probability of Default (Percent)	
	Expansion	+1	33.33	
	Average	0	33.33	
	Recession	-1	33.33	

2. Determine segment probability of default	State	Low-Beta Probability of Default A (Percent)	High-Beta Probability of Default B (Percent)
	Expansion	2.50	0.75
	Average	2.97	3.45
	Recession	4.71	5.25

3. Determine loss distributions
---------------------------------

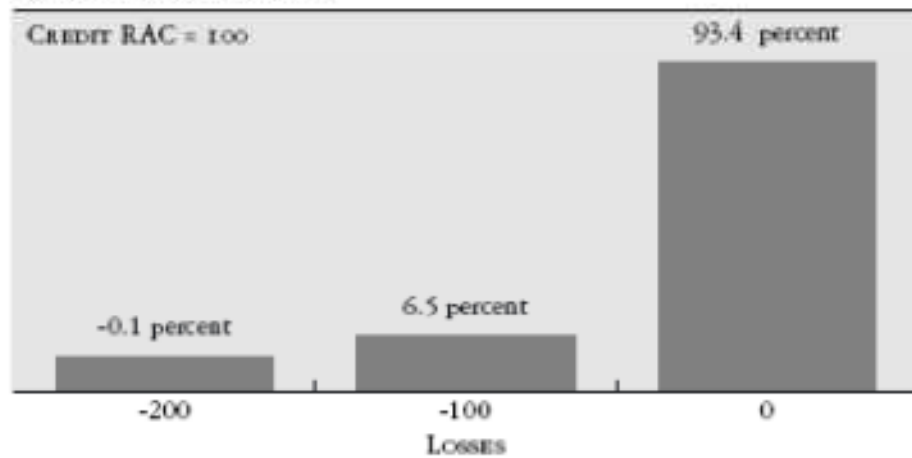


## NUMERICAL EXAMPLE: TWO EXPOSURES

1. Determine state
2. Determine segment probability of default
3. Determine loss distributions

Loss Distribution	Expansion				Average				Recession			
	A	B	A+B	Probability of Default (Percent)	A	B	A+B	Probability of Default (Percent)	A	B	A+B	Probability of Default (Percent)
	-100	-100	-200	0.01	-100	-100	-200	0.03	-100	-100	-200	0.08
	-100	0	-100	0.83	-100	0	-100	0.96	-100	0	-100	1.49
	0	-100	-100	0.24	0	-100	-100	1.12	0	-100	-100	1.67
	0	0	0	32.36	0	0	0	31.23	0	0	0	30.10
	Correlation (A,B) = 0 percent				Correlation (A,B) = 0 percent				Correlation (A,B) = 0 percent			
	Conditional correlation (A,B) = 1 percent											

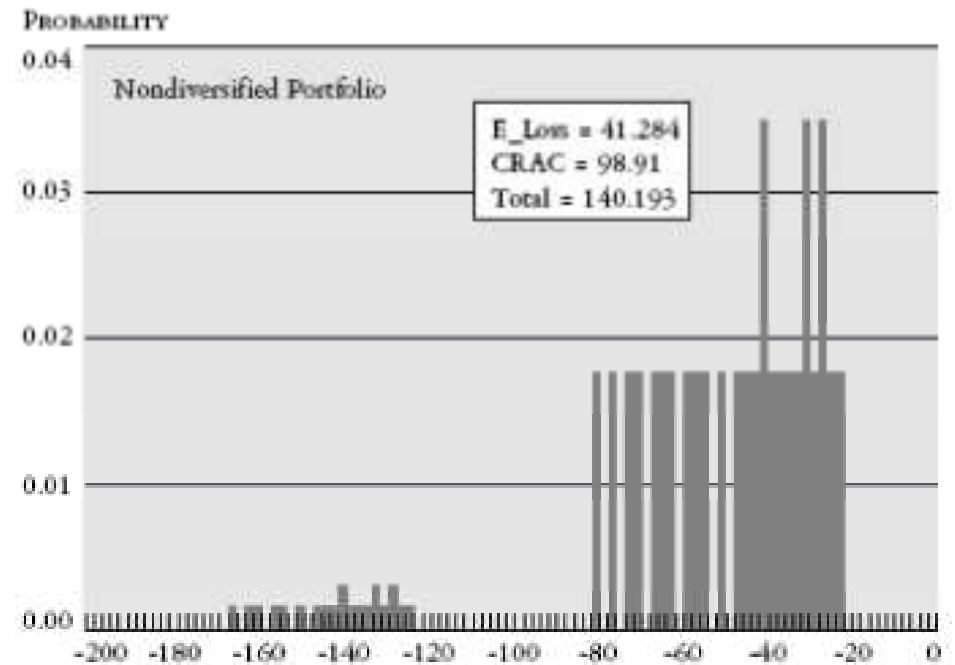
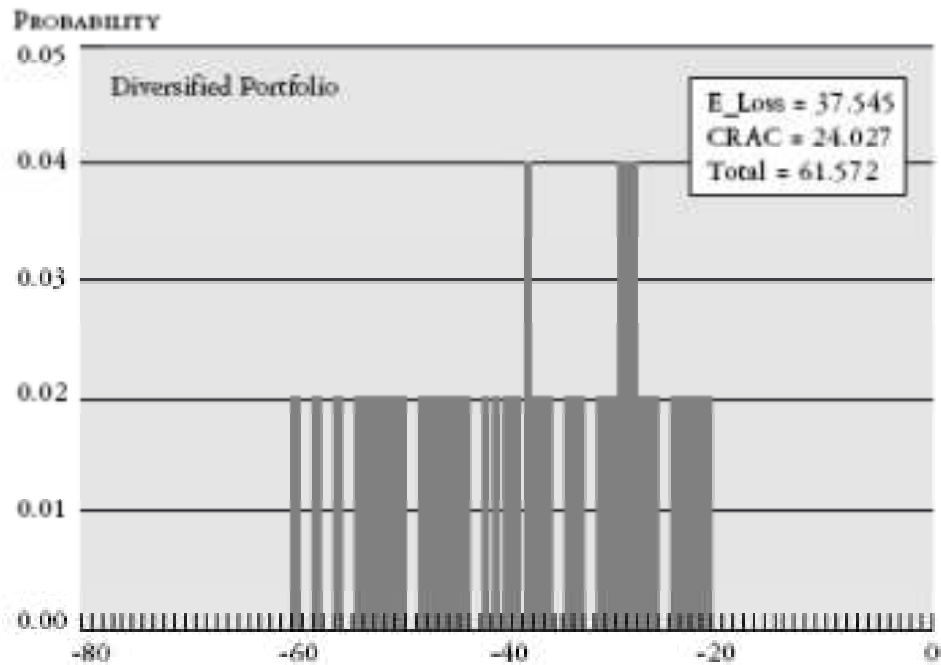
### PROBABILITY OF LOSS EVENT



# Vliv diverzifikace

## EXAMPLES OF PORTFOLIO LOSS DISTRIBUTIONS

Portfolio Loss Distribution

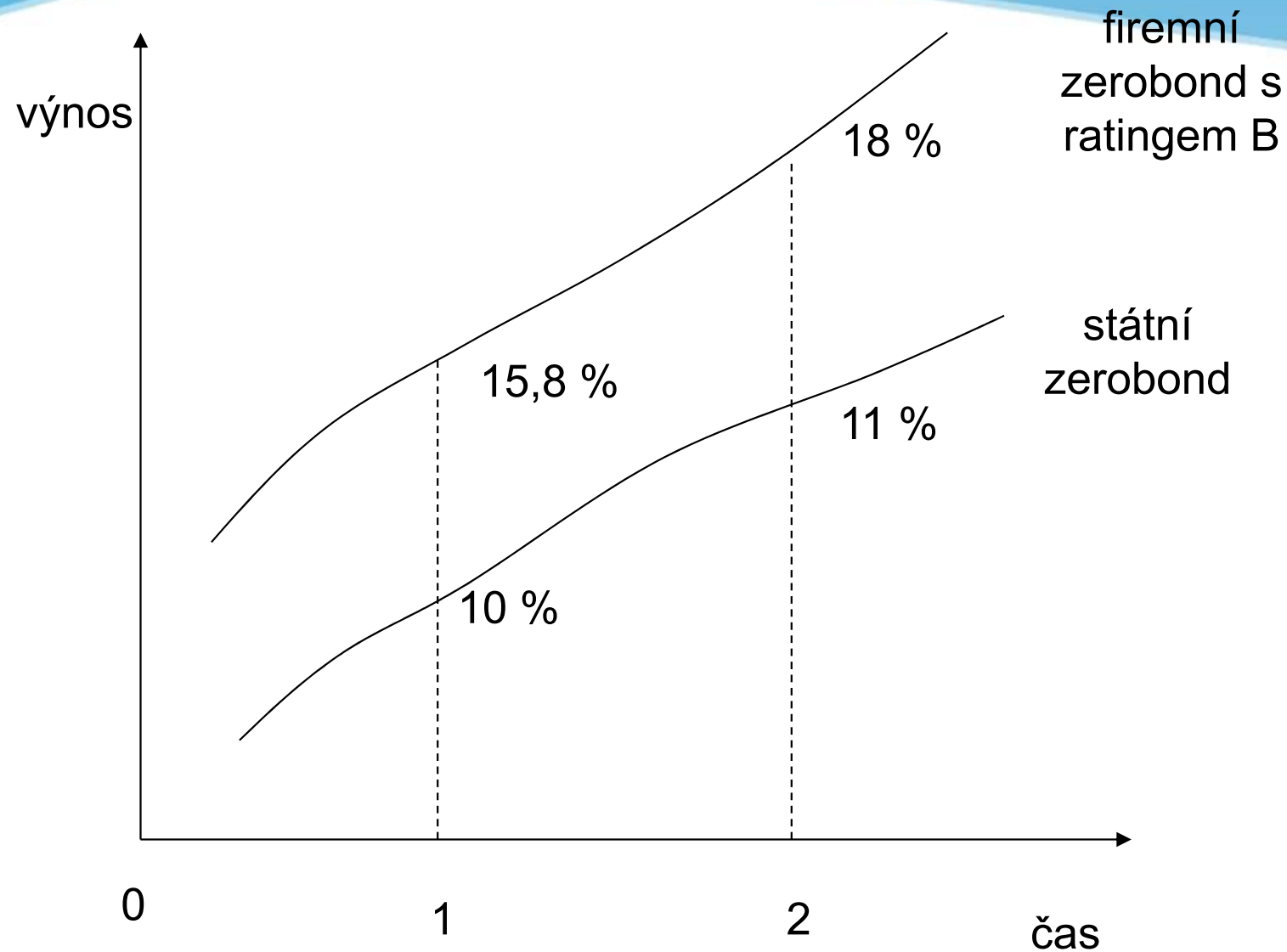


Note: Business unit, book, country, rating, maturity, exposure.

# System úvĕrových analýz KPMG

- založen na rizikovĕ-neutrálním pŕístupu k oceňování
- rizikovĕ-neutrální trh = takový, kde všichni investoři ochotní akceptovat pro jakkoliv rizikové aktivum stejný očekávaný výnos, jako nabízí bezrizikové aktivum
- rovnovážný vztah (tj. když očekávaný výnos rizikového aktiva odpovídá bezrizikové sazbĕ) lze použít pro zjištĕní RN pravdĕpodobnosti defaultu
  - odvozením RN pravdĕpodobnosti ze spreadu na zero-bondech
  - odvozením RN pravdĕpodobnosti z cen akcií
    - s využitím Mertonova modelu pro oceňování opcí

# Odvození RN pravděpodobnosti ze spreadu na zero-bondech (1)



# Odvození RN pravděpodobnosti ze spreadu na zero-bondech (2)

- v rovnováze se očekávaný výnos rizikového bondu musí rovnat bezrizikové sazbě:

$$p_1(1+k_1) = 1+i_1$$

- pravděpodobnost splacení v roce 1 lze vyjádřit:

$$p_1 = \frac{1+i_1}{1+k_1} = \frac{1,1}{1,158} = 0,95$$

- a RN pravděpodobnost lze potom vyjádřit:

$$p^*_1 = 1 - p_1 = 1 - 0,95 = 0,05$$

# Příklad

- Stanovte rizikově neutrální pravděpodobnost defaultu firemních zerobondů s výnosy:
  - 13 %
  - 18 %
- V obou případech činí výnos státního zerobondu 10 %.

# Využití RN pravděpodobnosti

- pro stanovení rizikové prémie úvěru

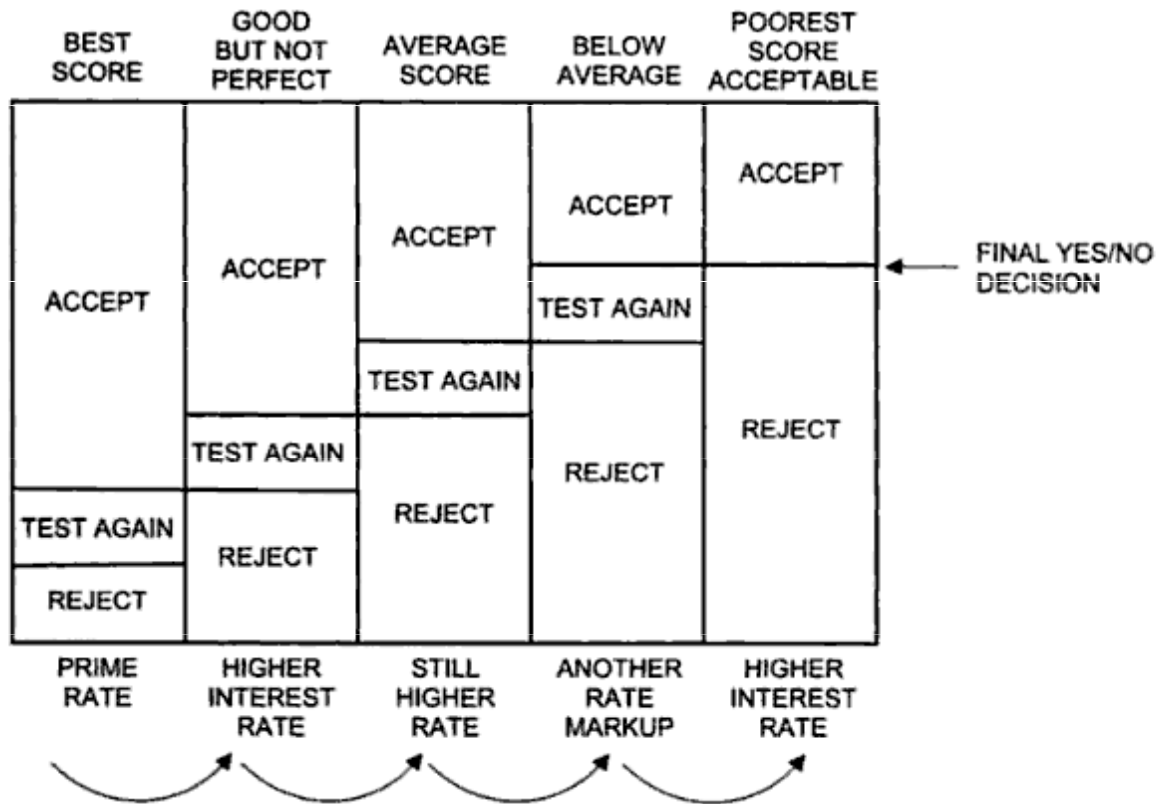


Figure 13.3 A sequential sampling plan avoids inflexible yes/no decisions taking reinsurance for higher risk



# Modely založené na pojistném přístupu (1)

- Altman (1989)
- podstata: na základě portfolia úvěrů nebo dluhopisů a historických údajů o jejich defaultech lze vytvořit tabulku, které může být použita na předpověď:
  - defaultu v rámci jednoho roku → mezní míra mortality (MMR – marginal mortality rate)
  - selhání v rámci horizontu více let → kumulativní míra mortality (CMR – cumulative mortality rate)
- kombinací těchto veličin se ztrátou v případě defaultu lze odhadnout očekávanou i neočekávanou ztrátu



# Modely založené na pojistném přístupu (2)

- výpočet mezní míry mortality a kumulativní míry mortality:

1. hodnota  $MMR_i$  pro každý rok zvoleného souboru:

$$MMR_1 = \frac{\text{Celk.hodnota dluhopisů s ratingem B v defaultu v 1.roce od emise}}{\text{Celk.hodnota nesplacených dluhopisů s ratingem B v 1.roce od emise}}$$

$$MMR_2 = \frac{\text{Celk.hodnota dluhopisů s ratingem B v defaultu v 2.roce od emise}}{\text{Celk.hodnota nesplacených dluhopisů s ratingem B v 2.roce od emise}}$$

2. pak vážený průměr – průměrná mezní míra mortality v roce 1:

$$\overline{MMR}_1 = \sum_{i=1971}^{1998} MMR_{1i} * w_i$$

# Modely založené na pojistném přístupu (3)

- výpočet mezní míry mortality a kumulativní míry mortality:
  3. vztah mezi mezní mírou mortality a mírou přežití (SR = survival rate) :

$$MMR_i = 1 - SR_i \quad \text{nebo} \quad SR_i = 1 - MMR_i$$

4. kumulativní míra mortality  $CMR_i$ :

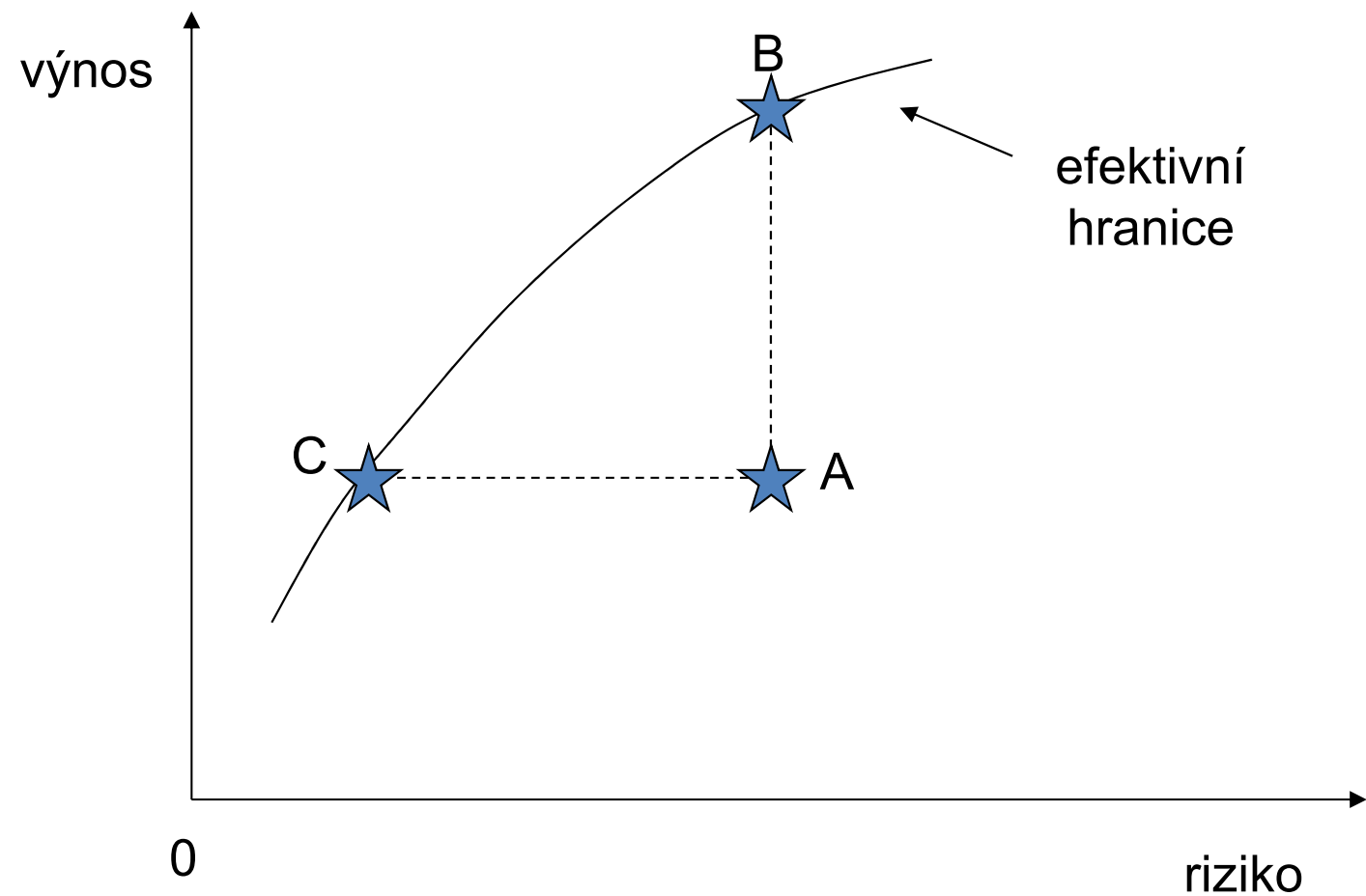
$$CMR_N = 1 - \prod_{i=1}^N SR_i$$

# Úmrtnostní tabulka pro syndikované pětileté úvěry a firemní dluhopisy, založ. na nomin hodnotách jistin z let 1991 - 1996

		1 year		2 years		3 years		4 years		5 years	
		Bank (%)	Bond (%)	Bank (%)	Bond (%)	Bank (%)	Bond (%)	Bank (%)	Bond (%)	Bank (%)	Bond (%)
Aaa	Marginal	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	Cumulative	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Aa	Marginal	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	Cumulative	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A	Marginal	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05
	Cumulative	0.00	0.00	0.12	0.00	0.12	0.00	0.12	0.00	0.12	0.05
Baa	Marginal	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.00	0.00
	Cumulative	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.54	0.04	0.54
Ba	Marginal	0.17	0.00	0.60	0.38	0.60	2.30	0.97	1.80	4.89	0.00
	Cumulative	0.17	0.00	0.77	0.38	1.36	2.67	2.32	4.42	7.10	4.42
B	Marginal	2.30	0.81	1.86	1.97	2.59	4.99	1.79	1.76	1.86	0.00
	Cumulative	2.30	0.81	4.11	2.76	6.60	7.61	8.27	9.24	9.97	0.24
Caa	Marginal	15.24	2.65	7.44	3.09	13.03	4.55	0.00	21.72	0.00	0.00
	Cumulative	15.24	2.65	21.55	5.66	31.77	9.95	31.77	29.51	31.77	29.51

# Aplikace moderní teorie portfolia na portfolio úvěrů

- úvěrový paradox:



MĚJTE SE HEZKY

