

Kapitola 11. (L'Hospitalovo pravidlo, průběh funkce)

L'Hospitalovo pravidlo

Derivace funkce umožňuje výpočet limit, které vedou na neurčité výrazy typu $0/0$ nebo nekonečno/nekonečno (tzv. L'Hospitalovo pravidlo):

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Vypočtěte následující limity užitím L'Hospitalova pravidla:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+4}{2x-8}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x+3}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2+2x+1}{x^3-1}$

d) $\lim_{x \rightarrow +3} \frac{x-3}{x^2-9}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}$

Průběh funkce

Určete průběh funkce f : a) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, b) $y = \frac{x^2}{x-1}$

Samostatné cvičení:

1. Vypočtěte následující limity užitím L'Hospitalova pravidla:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x+8}{3x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+5x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$

2. Určete průběh funkce f : $y = x^4 - 2x^2$.
