TAGUCHIHO METODY – ZTRÁTOVÉ FUNKCE

Mgr. Jiří Mazurek, Ph.D.

Taguchiho metody

- dr. Genichi Taguchi (*1.1.1924, +2.6.2012)
- Taguchiho metody lze rozdělit na metody používané přímo ve výrobním procesu (online) a v předvýrobních etapách (offline).
- Online metody:
  - *ztrátová funkce* (loss function).

  - Taguchiho ztrátové funkce se snaží číselně popsat finanční ztráty, spojené s výrobou sice v rámci tolerance, ale ne pro ideální hodnotu.
  - Taguchiho metody představovaly v době svého zavedení do praxe nový pohled na problematiku výroby. Byla totiž dlouho vžitá představa, že pokud sice absolutní přesnosti není dosaženo u dané charakteristiky požadovaného produktu, ale tato charakteristika se pohybuje v určitých přijatelných mezích, je vše v pořádku, a uživatel produktu tak finančně nic nepocítí. S takovým názorem ovšem Taguchi nesouhlasil a pomocí matematicky jednoduchých ztrátových funkcích začal měřit ztráty vzniklé i při sebemenší odchylce od ideálního stavu.

Ztrátové funkce

- Taguchiho metody založené na ztrátových funkcích se snaží měřit ztráty, které vznikají odběrateli výrobků a služeb tím, že dodavatel těchto produktů není schopen dodržovat se stoprocentní přesností požadavky odběratele. (Je totiž z fyzikálních důvodů většinou nemožné dosáhnout absolutní přesnosti.
- Spojení kvality s náklady pomocí Tachuchiho ztrátové funkce (Taguchi loss function) bylo hlavní výhodou v jakostním inženýrství a stejně tak i při schopnosti plánovat náklady.

Pro výrobu je důležité vědět

- **1.** U každého výrobku je sledována jeho určitá charakteristika (např. rozměr, váha, mechanické, chemické, estetické nebo jiné vlastnosti). Podle této charakteristiky posuzujeme kvalitu dotyčného výrobku.
- **2.** Charakteristika z předchozího bodu má stanovenu jistou optimální hodnotu *T*, tzv. cílovou hodnotu (*Target value*).
- **3.** Nekvalita výrobku se projevuje odchylkami sledované charakteristiky od *T*.
- **4.** Jakákoliv odchylka od *T* představuje určitou finanční ztrátu, která se projeví u *odběratele* zvýšenými náklady na provoz výrobku, jeho údržbu, opravy, ekologii apod.

Princip

- Jakákoliv odchylka od T je projevem nekvality a přináší odběrateli finanční ztráty. Ty jsou tím větší, čím vzdálenější je dosažená úroveň ukazatele kvality od T.

- **<u>Je to ztráta za nekvalitu v rámci tolerance.</u>**

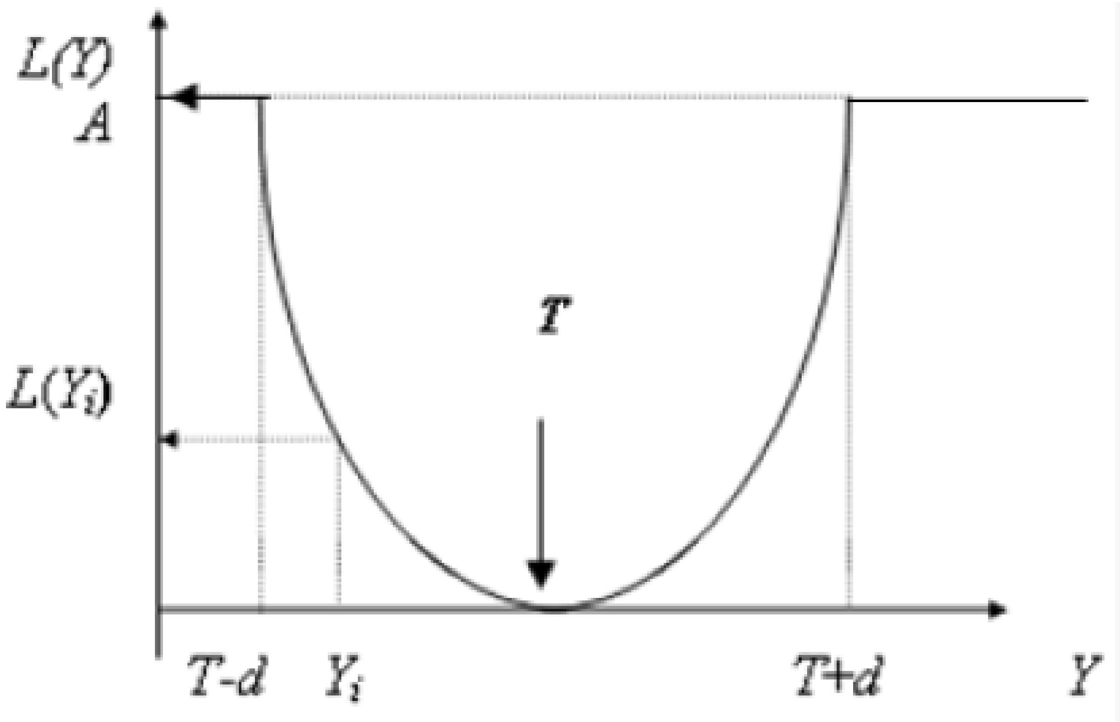
Ztrátová funkce

- **Matematické vyjádření ztrátové funkce má tvar:**
- $L(Y) = k(Y - T)^2$ **pro Y** $\in (T - d, T + d)$
- $L(Y) =$ **A pro ostatní** Y.

- ***T*** **= cílová hodnota charakteristiky kvality,**
- ***Y*** **= dosahovaná úroveň charakteristiky kvality, je to náhodná veličina**
- ***L*(*Y*) = ztráta způsobená odchylkou od *T*,**
- ***k*** **= konstanta.**

Graf ztrátové funkce

- Grafem uvedené funkce je parabola, hodnota parametru *d* představuje funkční toleranci.



Jiný tvar rovnice

- Lze odvodit, že
- $k = \frac{A}{d^2}$
- Proto lze ztrátovou funkci psát jako:
- $L(Y) = \frac{A}{d^2}(Y - T)^2$

Příklad

- Napište rovnici ztrátové funkce, je-li funkční tolerance d = 5 a mezní ztráta A = 2.

Příklad – řešení

$k = 2/5^2 = 0,08$ a rovnice ztrátové funkce je $L(Y) = 0,08(Y - T)^2$

Průměrná ztráta

- Z hlediska teorie pravděpodobnosti je *Y* = ukazatel jakosti náhodná proměnná, která má často normální rozdělení . Více než ztráta *L*(*Y*) nás obvykle zajímá **průměrná ztráta**, kterou označíme *E*(*L*).
- Rovnice pro určení průměrné ztráty:
- $E(L) = k\sigma^2$
- za předpokladu, že *E*(*Y*) = *T*, což znamená, že průměr ze skutečně dosažených hodnot sledovaného ukazatele kvality *Y* je roven žádané hodnotě *T*. Symbol σ^2 značí rozptyl veličiny *Y*.
- Jinak pro:

$$E(Y) \neq T \text{, potom } E(L) = k\sigma^2 + k\left(E(Y) - T\right)^2$$

Základní rovnice které používá Taguchiho metoda

a. definiční rovnice $L(Y) = k(Y - T)^2$,

b. rovnice pro výpočet konstanty k: $A = kd^2$,

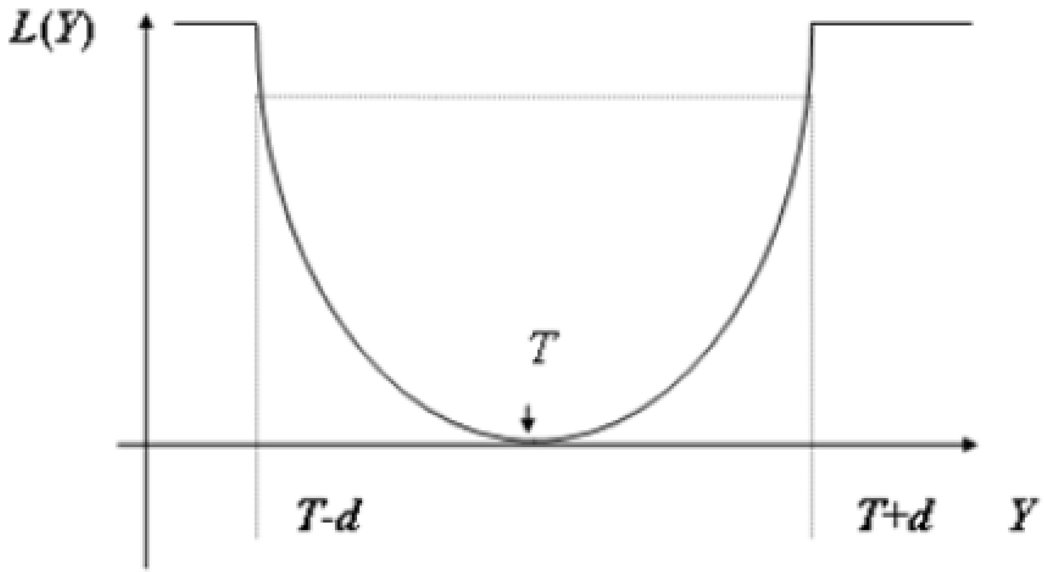
c. rovnice pro určení průměrné ztráty $E(L) = k\sigma^2$ nebo $E(L) = k\sigma^2 + k(E(Y) - T)^2$.

ZTRÁTOVÉ FUNKCE PRO RŮZNÉ TYPY TOLERANCÍ

- Existují různé typy ztrátových funkcí podle toho, s jakým typem tolerančního intervalu se pracuje.
- Podle toho, co je v dané situaci považováno za optimální cílovou hodnotu *T*, rozlišujeme tyto typy tolerance:
  1. Tolerance typu N (nominal). Ideálem je dosažení cílové hodnoty T.
     a) Symetrická
     b) Nesymetrická
  2. Tolerance typu S (smaller). Y je tím lepší, čím je menší. Ideálem je T=0.
  3. Tolerance typu L (larger). Y je tím lepší, čím je větší. Ideálem je T=∞.

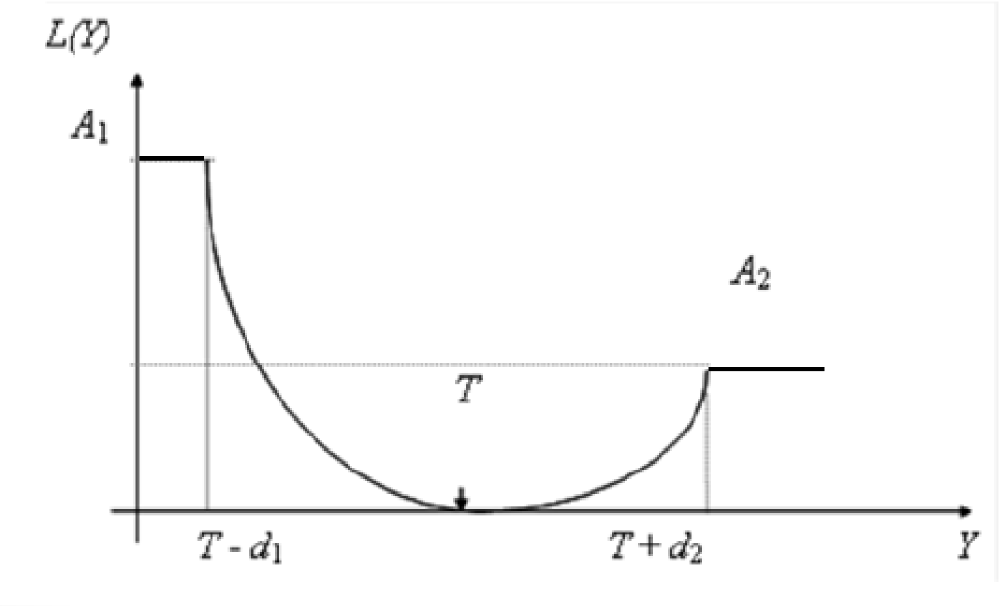
Symetrická N-tolerance

- V tomto případě píšeme $T \pm d$, kde d = tolerance.
- Interval (T-d, T+d) se nazývá *toleranční interval*.
- Cílová hodnota se nachází ve středu tolerančního intervalu.
- Pokud sledovaná charakteristika nabyde hodnoty, mimo toleranční interval, bude ztráta rovna hodnotě A.



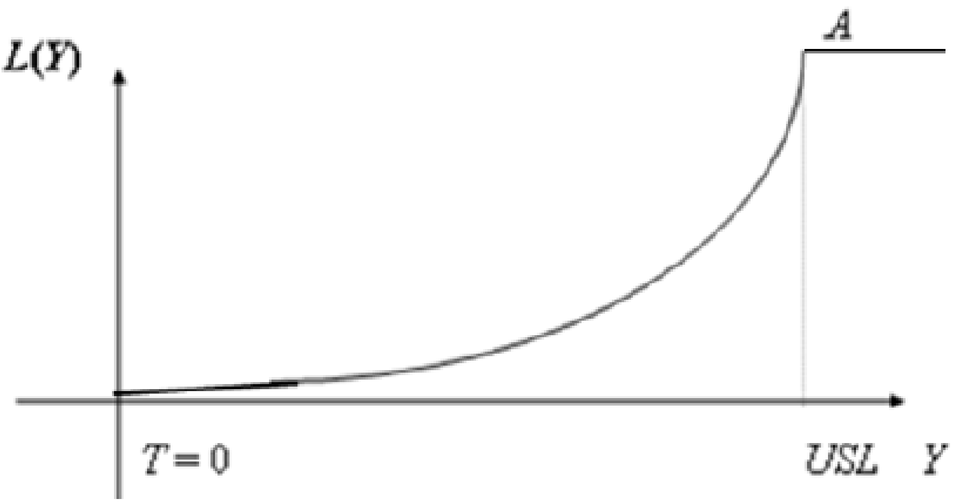
Nesymetrická N-tolerance

- Zde má toleranční interval tvar (T - d_1, T + d_2).
- Maximální ztráty A_1, A_2 jsou obecně různé:
  - Například dosažení požadovaného průměru kovového kola nad úrovní $T+d_2$ lze upravit zbroušením kola, kdežto nedodržení cílové hodnoty kvůli nedosažení $T-d_1$ nikoliv, takže ztráta je pak větší.
- Na intervalu ($T-d_1$, T) jde o rovnici pro $k_1 = A_1 / d_1^2$.
- Na intervalu (T, $T+d_2$) jde o rovnici pro $k_2 = A_2 / d_2^2$



Tolerance typu S (Small)

- U tolerance typu S platí: sledovaná charakteristika produktu *Y* je tím lepší, čím je menší. Ideálem je cílová hodnota *T* = 0.
- Příkladem veličiny *Y* s tolerancí S může být například drsnost povrchu, nebo nečistota v ovzduší, kde je stanovena jen horní přípustná hranice USL = Upper Specification Limit
- Od jisté hranice – od horní přípustné meze – je pak ztráta rovna hodnotě *A*. Zde opět platí: na intervalu (0, USL) má funkce rovnici k = *A*/USL^2.



Tolerance typu L (Large)

- U tolerance typu *L* platí: *Y* je tím lepší, čím je větší. Ideálem je . V případě *L* tolerance se průměrná ztráta počítá podle vzorce:
- $E(L) = Ad^2s^2$
- Kde $s^2 = \frac{1}{n}\sum\frac{1}{Y^2}$.

Příklad

- Při výrobě hřídelí je jejich předepsaný rozměr 150 mm a tolerance je 4mm. Nedodržení tolerance způsobí ztrátu 40 Kč. Určeme průměrnou ztrátu a porovnejme ztráty za nekvalitu u dvou výrobců: první se spokojí s dodržením tolerance, druhý usiluje o maximální přiblížení k optimální hodnotě *T*. Předpokládejme přitom, že v průměru je předepsaný rozměr dodržen.

Příklad – řešení

Jsou známy tyto parametry:

A (ztráta při překročení d) = 40 Kč,
d (funkční tolerance) = 4mm,
T (cílová hodnota) = 150mm.

Pro ztrátovou funkci určíme nejprve konstantu k ze vztahu

$$k = \frac{A}{d^2} = \frac{40}{4^2} = 2,5$$

Průměrná ztráta za nedodržení T:

$$E(L) = k\sigma^2 = 2,5\sigma^2$$

Příklad – odhad parametru sigma

- Usiluje-li druhý výrobce o to, aby co nejčastěji dosahoval hodnoty *T* =150 znamená to, že odchylky *Y* od této hodnoty mohou být rozděleny podle Gaussovy křivky - nejčetnější je hodnota *T* = 150 a čím je odchylka *Y* od *T* větší, tím je hodnota méně četná:

$$s = \frac{2 \cdot tolerance}{6} = \frac{2 \cdot 4}{6} = 1,33$$

- Pokud jde o prvního výrobce, ten se pouze spokojuje s dodržením tolerance, v tolerančním intervalu (*T* - 4, *T* + 4) = (146, 154) může mít *Y* hodnotu v kterémkoliv místě se stejnou četností. Lze tedy předpokládat, že *Y* má rovnoměrné rozdělení na tomto intervalu:

$$s = \frac{154 - 146}{\sqrt{12}} = \frac{8}{\sqrt{12}} = 2,31$$

Příklad – výsledek

Odhady průměrných ztrát tedy budou:

1. výrobce: odhad $E(L) = ks^2 = 2,5 \cdot 2,31^2 = 13,34$,

2. výrobce: odhad $E(L) = ks^2 = 2,5 \cdot 1,33^2 = 4,42$.

Poučení z příkladu

- Je vidět, že filozofie „stačí dodržovat toleranci“ není správná, neboť ztráty za nekvalitu jsou dokonce třikrát větší.
- **Poznamenejme, že výsledek je vždy vyjádřen ve sledované měně/ks produkce, tj. v našem případě v kč/ks.**

Kdo může za ztráty?

- Z rovnice

$$E(L) = \frac{A}{d^2}\sigma^2$$

- je zřejmé, že průměrné ztráty za nekvalitu závisejí nejen na rozptylu, ale samozřejmě také na A a *d*.
- Jestliže velikost rozptylu je dána **dělníkem**, pak parametry A *a d* stanoví **konstruktér.** Ten by měl navrhnou výrobek tak, aby byl robustní, tj. odolný vůči nepřesnostem výroby.

Děkuji za pozornost