

Úročení

2.11.2021

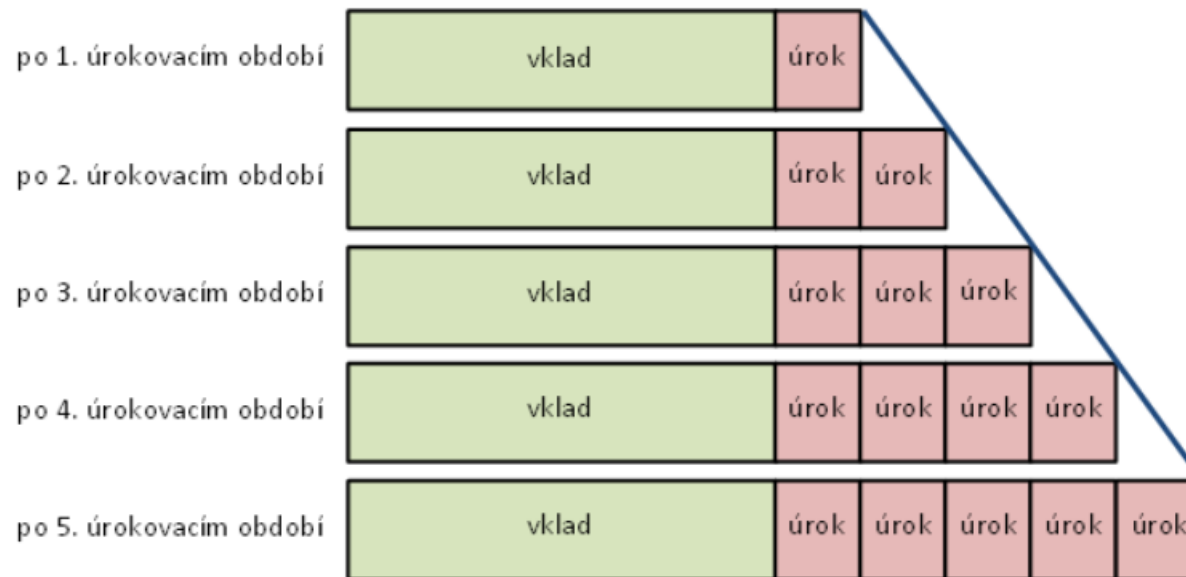
- JEDNODUCHÉ ÚROČENÍ

- Úročení je způsob, jak počítat úroky. Rozlišujeme dva základní typy úročení,
- a to jednoduché a složené úročení.
- Důležité u úročení je časové období, ke kterému se vztahuje výpočet úroku.
- **Definice**
- **Úrokovací období** je časový úsek mezi dvěma bezprostředně po sobě následujícími úročeními. Úrokovací období může být roční, pololetní, čtvrtletní, měsíční, denní, ...
- **Definice**
- **Jednoduché úročení** je takový způsob úročení, při kterém se úrok na konci každého úrokovacího období počítá z počátečního kapitálu.
- **Poznámka**
- Pokud úrokovací doba není dělitelná beze zbytku úrokovacím obdobím, pak na zbylé ne celé období použijeme některý ze standardů.

- Zkusme vyjít z definice jednoduchého úročení a spočítejme na konkrétním příkladu částku, kterou budeme mít po třech letech. Pro zjednodušení situace nebudeme uvažovat daň z úroku a úrokovací období je rok.
- **Příklad**
- Na začátku roku 2019 vložíme 1 000 000 Kč na 3 roky na bankovní účet. Banka uvádí roční úrokovou sazbu 1 %, úrokovací období je rok. Banka používá jednoduché úročení. Neuvažujme daň z úroku. Jak velká bude výsledná naspořená částka po třech letech?
- **Řešení**
- Řešení je uvedeno v tabulce

	Vždy na konci roku		
Rok	Úrok v Kč	Celkový úrok v Kč	Stav účtu v Kč
2019	$1\,000\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,000$	10 000	$1\,000\,000 + 10\,000$
2020	$1\,000\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,000$	$10\,000 + 10\,000 = 2 \cdot 10\,000$	$1\,000\,000 + 2 \cdot 10\,000$
2021	$1\,000\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,000$	$2 \cdot 10\,000 + 10\,000 = 3 \cdot 10\,000$	$1\,000\,000 + 3 \cdot 10\,000$

Jednoduché úročení



- **Odvození vzorce pro jednoduché úročení**
- Nyní si odvodíme vzorec pro jednoduché úročení. Opět si situaci zjednodušíme a budeme uvažovat roční úrokovací období a nebudeme počítat s daní z úroku.

Značení

i ... roční úroková sazba (míra) ve tvaru desetinného čísla

n ... počet úrokovacích období

K_0 ... základ, jistina, počáteční kapitál

K_n ... výsledný kapitál po n úrokovacích obdobích

Příklad

Uvažujme bankovní účet, na který vložíme počáteční kapitál K_0 , úrokovací období je 1 rok. Banka používá jednoduché úročení a uvádí roční úrokovou sazbou i . Neuvažujte daň z úroku.

Jaký bude výsledný kapitál K_n na účtě po n letech?

Řešení

Řešení je uvedeno v tabulce

Na konci úrokovacího období			
Čas	Úrok v Kč	Kumulovaný úrok v Kč	Stav účtu v Kč
0			K_0
1	$K_0 \cdot i$	$K_0 \cdot i$	$K_0 + K_0 \cdot i = K_0(1 + i)$
2	$K_0 \cdot i$	$2K_0 \cdot i$	$K_0 + K_0 \cdot 2i = K_0(1 + 2i)$
3	$K_0 \cdot i$	$3K_0 \cdot i$	$K_0 + K_0 \cdot 3i = K_0(1 + 3i)$
...
n	$K_0 \cdot i$	$nK_0 \cdot i$	$K_0 + K_0 \cdot ni = K_0(1 + in)$

Po n letech bude výsledný kapitál $K_n = K_0(1 + in)$.

Věta

Výsledný kapitál K_n po n ročních úrokovacích obdobích, který je úročen jednoduchým úročením s roční úrokovou sazbou i a úrokovací období je 1 rok, spočítáme následovně

$$K_n = K_0(1 + in),$$

kde K_0 je počáteční kapitál. Daň z úroku neuvažujeme.

Poznámka

Stejný vzorec by platil i v případě, kdybychom měli měsíční (týdenní, denní, ...) úrokovou sazbu i a vklad bychom úročili měsíčně (týdenně, denně, ...). Pak by ale K_n byla částka po n měsících (týdnech, dnech, ...).

- SLOŽENÉ ÚROČENÍ

Složené úročení

V předchozí kapitole jsme se věnovali jednoduchému úročení, v této kapitole se budeme věnovat složenému úročení.

Definice

Složené úročení je takový způsob úročení, při kterém se úrok na konci každého úrokovacího období přičítá k již dosažené hodnotě kapitálu a spolu s ním se dále úročí.

Zkusme vyjít z definice složeného úročení a spočítejme na konkrétním příkladu částky, kterou budeme mít na účtě po třech letech. Pro zjednodušení situace nebudeme uvažovat daň z úroku a úrokovací období bude rok.

- Příklad

- Na začátku roku 2019 vložíme 1 000 000 Kč na 3 roky na bankovní účet. Banka uvádí roční úrokovou sazbu 1 %, úrokovací období je 1 rok. Úrok se přičítá na konci každého roku k již dosažené částce. Neuvažujme daň z úroku. Jak velká bude výsledná částka na účtě po třech letech?

- Řešení
- Řešení je uvedeno v tabulce

Rok	Vždy na konci roku	
	Úrok v Kč	Stav účtu v Kč
2019	$1\,000\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,000$	$1\,000\,000 + 10\,000 = 1\,010\,000$
2020	$1\,010\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,100$	$1\,010\,000 + 10\,100 = 1\,020\,100$
2021	$1\,020\,100 \cdot \frac{1}{100} = 10\,201$	$1\,020\,100 + 10\,201 = 1\,030\,301$

Na konci roku 2021 (po třech letech) bude výsledný kapitál 1030301Kč.
 U jednoduchého úročení nám vyšel kapitál po třech letech 1030000Kč

- Odvození vzorce pro složené úročení
- Odvodíme vzorec pro složené úročení. Opět si situaci zjednodušíme a budeme uvažovat roční úrokovací období a nebudeme uvažovat daň z úroku.

Značení

i . . . roční úroková sazba (míra) ve tvaru desetinného čísla

n . . . počet úrokovacích období

K_0 . . . základ, jistina, počáteční kapitál

K_n . . . výsledný kapitál po n úrokovacích obdobích

Příklad

Uvažujeme bankovní účet, na který vložíme počáteční kapitál K_0 . Úrokovací období je 1 rok a roční úroková sazba je i . Banka používá složené úročení. Daň z úroku neuvažujte.

Jaký bude výsledný kapitál K_n na účtě po n letech?

Řešení

Řešení je uvedeno v tabulce

Čas	Úrok v Kč	Stav účtu v Kč
0		K_0
1	$K_0 \cdot i$	$K_1 = K_0 + K_0 \cdot i = K_0(1 + i)$
2	$K_0(1 + i) \cdot i$	$K_2 = K_0(1 + i) + K_0(1 + i) \cdot i = K_0(1 + i)^2$
3	$K_0(1 + i)^2 \cdot i$	$K_3 = K_0(1 + i)^2 + K_0(1 + i)^2 \cdot i = K_0(1 + i)^3$
...
n	$K_0(1 + i)^{n-1} \cdot i$	$K_n = K_0(1 + i)^{n-1} + K_0(1 + i)^{n-1} \cdot i = K_0(1 + i)^n$

Po n letech budeme mít částku $K_0(1 + i)^n$.

Věta

Výsledný kapitál K_n po n ročních úrokovacích obdobích, který je úročen složeným úročením s roční úrokovou sazbou i , je dán vztahem

$$K_n = K_0(1 + i)^n,$$

kde K_0 je počáteční kapitál. Daň z úroku neuvažujeme.

Poznámka

Stejný vzorec by platil i v případě, kdybychom měli měsíční (týdenní, denní, ...) úrokovou sazbou i a vklad bychom úročili měsíčně (týdenně, denně, ...). Pak by ale K_n byla částka po n měsících (týdnech, dnech, ...).

- **Úroková míra znamená:**
- **navýšení zapůjčené částky za stanovené období vyjádřené v procentech**
- **úrok vyjádřený v procentech z hodnoty kapitálu**