

Kvantitativní metody - příklady ke zkoušce

1. Jsou dány množiny $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -x^2 > y\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x - y \leq 2\}$. Znázorněte $\bar{A} \cap B$.

2. Napište rovnice lineární funkce $y = ax + b$, která prochází body $[-1; 8]$, $[2; -7]$. Vypočtěte průsečíky se souřadnicovými osami a načrtněte graf.

Výsledek: $y = \dots\dots\dots$, $P_x = [\dots; 0]$, $P_y = [0; \dots]$; graf:

3. Řešte maticovou rovnici $AX = B^T X + 2A^T$, kde $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Řešte nehomogenní soustavu rovnic, která je dána rozšířenou maticí soustavy:

$$A_R = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{array} \right).$$

5. Pojem regulární a singulární matice. Výpočet determinantu. Na základě výpočtu

determinantu určete, zda matice $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ je regulární či singulární.

6. Je dána posloupnost $a_n = \frac{4n}{n+2}$.

a) Určete $a_1 =$, $a_2 =$, $\lim a_n =$

b) Načrtněte graf posloupnosti.

c) Určete supremum, infimum, maximum a minimum posloupnosti.

d) Dokažte, že posloupnost je rostoucí.

7. Vypočtěte limity:

a) $\lim (\sqrt{4n^2 + 3n} - 2n) =$

b) $\lim \frac{4n^2}{5n^2 + 2} =$

c) $\lim \frac{9^{n+1} + 8 \cdot 3^{n+2}}{2 \cdot 9^{n-1} - 6^{n+3}} =$

d) $\lim \frac{35n + 3}{1 - 5n} =$

e) $\lim (-2n^2 - 3n + 2) =$

f) $\lim (3n - \sqrt{9n^2 + 6n}) =$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x + 1}{x^2 + 4} =$

h) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 16} =$

i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5 - x}{25 - x^2} =$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot 3^x}{5^x - 1} =$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{6x} =$

8. Určete definiční obor funkce $f(x) = \frac{6 \cdot \arcsin\left(\frac{x}{2} - 1\right)}{\ln(x+2)} + \sqrt{9 - x^2}$.

9. Pro funkci $y = 6^x$ načrtněte graf a vypočtěte:

definiční obor =; obor hodnot =; $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \dots\dots\dots$; $\lim_{x \rightarrow 0} y = \dots\dots\dots$

10. Grafy funkcí!!!!!!!

11. Derivujte

a) $\left(\frac{1}{x^5} - \frac{2}{x} + \sqrt{x^3} - \sqrt[4]{x}\right)' =$

b) $(\operatorname{tg} x - 4 \cos x + \ln x)' =$

c) $((3x^2 + 2x - 1) \cdot \sin x)'$

d) $\left(\frac{x^3 + 3^x - e^x + 8}{\sin x}\right)' =$

e) $(\ln(\sin(2x^3 + 4)))'$

f) $\left(\ln \sqrt{\frac{3-x}{2x+1}}\right)' =$

12. Pro funkci $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 4)$ vypočtěte $f''(0) = \dots\dots$

13. a) $\int_0^4 (x^2 + 3x - 4) dx =$

b) $\int_0^1 \sqrt{x} dx =$

c) $\int_1^3 \frac{1}{x^3} dx =$

14. Vypočtěte obsah plochy, která je omezena křivkami $y = x, y = x^2$. Graficky znázorněte.

15. Vypočtěte obsah obrazce, který je omezen parabolou $y = 9 - x^2$ a osou x.

16. Určete intervaly monotónnosti a extrémy funkce:

a) $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6,$ b) $y = \frac{x^2 - 3x - 2}{x^2},$ c) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

17. Vypočtěte asymptoty funkce, průsečíky grafu funkce s osami a načrtněte graf funkce

$y = \frac{x^2 - 4}{x}$.

18. Výpočet inflexních bodů, určení intervalů, ve kterých je funkce konvexní a konkávní.