EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Prezentace předmětu:

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

Vyučující:

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

5. PŘEDNÁŠKA

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

Kvantitativní metody v ekonomické praxi

Struktura přednášky

Témata přednášky:

a) limita funkce,

b) výpočet limity funkce,

c) asymptoty funkce.

Spojitost a limita funkce

lze definovat :

a) pomocí okolí bodu (Cauchyova definice)

pomocí posloupností (Heineova definice)

Spojitost funkce

Funkce f je **v bodě c** $\in$ f
spojitá, jestliže

$$\forall \quad {}_{1}^{\infty} \in \quad f$$

platí

$$x_n \longrightarrow \qquad \longrightarrow$$

Spojitost funkce

Funkce f **je spojitá**, jestliže je **spojitá v každém bodě svého definičního oboru**.

Poznámka:

a) Každá elementární funkce je spojitá v libovolném bodě svého definičního oboru.

b) Funkce $y = x^{\frac{2x}{-}}$ není spojitá v bodě x_

Bolzanova věta

Nechť f je spojitá v intervalu $\langle a,b\rangle$ taková, že $f(a)\cdot f(b) < 0$.
Potom existuje reálné číslo $c \in (a,b)$ tak, že $f(c) = 0$.

Weierstrassova věta

Nechť f je spojitá v intervalu $\langle a, b \rangle$. Potom f nabývá v intervalu $\langle a, b \rangle$ jak svého minima, tak i maxima.

Limita funkce - příklady

1) Z grafu funkce určeme limitu funkce v krajních bodech definičního oboru funkce:

a) $y = \left(\frac{1}{5}\right)$

Limita funkce - příklady

b) $y = \arcsin x$

Limita funkce - příklady

2) a) $\lim_{x \to 1} 4x^2 - 3x + 18 =$

b) $\lim_{x} 4x^2 - 3x + 18 =$

c) $\lim_{x} 4x^2 - 3x + 18 =$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

$$\lim_{x \to} \frac{P_k(x)}{P_m(x)} = \begin{cases} 0, & \text{je-li } k \\ \perp, & \text{je-li } k \\ \text{podíl ….,} & k \end{cases}$$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

a) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{3x^4 + x - 3}{1 + 5x^4} =$

b) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{x + 3}{5x^4 + 4} =$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

c) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{3x^2}{2 - x} =$

d) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{4x^4 + x}{x^2 - 8} =$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

e) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{2x^3 \quad 3}{2 \quad 5x^3} =$

f) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{2x^2 \quad 3}{2 \quad 5x^7} =$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

g) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{4x^2 \quad 1}{1 \quad 6x} =$

h) $\lim\limits_{x \to} \dfrac{3x^4 \quad 2}{2 \quad 7x} =$

Výpočet limity funkce – lomená funkce

1. $\lim\limits_{x \to} \frac{2x^4 + x - 2}{5 + x} =$

2. $\lim\limits_{x \to} \frac{x + }{x^4 + x} =$

3. $\lim\limits_{x \to} \frac{2x^5}{+ x} =$

4. $\lim\limits_{x \to} \frac{-x^4 + x}{x +} = \infty$

5. $\lim\limits_{x \to} \frac{4x^3 + x - 4}{2 + x} =$

6. $\lim\limits_{x \to} \frac{4x^2 -}{+ x} =$

7. $\lim\limits_{x \to} \frac{3x^2 + x -}{2 + x} = \infty$

8. $\lim\limits_{x \to} \frac{4x^4 -}{x} =$

Výpočet limity funkce – neurčitý výraz $\frac{0}{0}$

Úprava výrazu: rozklad na součin nebo použití vztahu

a) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9} = \lim\limits_{x \to -3} - =$

$= \lim\limits_{x \to -3} - =$

b)

$$\lim_{x \to -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{3x^2 + 2x - 1} =$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{2(x+1)\left(x + \frac{1}{2}\right)}{3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right)} =$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{2\left(x + \frac{1}{2}\right)}{3\left(x - \frac{1}{3}\right)} = - .$$

Výpočet limity funkce – neurčitý $\frac{0}{0}$ výraz

c) $$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = - =$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{\left(\sqrt{x+3}-2\right)}{x-1} - =$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{}{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)} =$$

Výpočet limity funkce – neurčitý $\frac{0}{0}$ výraz

d) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{9-x}-2}{4-\sqrt{11+x}} = -$

$$\lim_{x\to 5} \frac{\left(\sqrt{9-x}-2\right)}{\left(4-\sqrt{11+x}\right)} - -$$

$$= \lim_{x\to 5} -$$

Výpočet jednostranných limit

Po dosazení dostaneme výraz $\dfrac{k}{0} \Rightarrow$

Jednostranné limity se počítají
v bodech nespojitosti funkce.

Výpočet jednostranných limit

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\quad}{x-1} =$

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\quad}{x-1}$: (dosadíme 1,1)

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\quad}{x-1}$: (dosadíme 0,9)

Výpočet jednostranných limit

b) Dokažte, že $\lim_{x \to 0} \frac{2+x}{x^2} =$.

Výpočet jednostranných limit

c) Vypočtěte limitu $\lim_{x \to} e^{\frac{1}{x}}$

Výpočet limity – Eulerovo číslo

Definice Eulerova čísla:

$$\lim_{x\to}\left(+\frac{1}{}\right)^{x} = \qquad \lim_{x\to}\left(+\frac{k}{}\right)^{x} = \,, \quad k \in$$

Výpočet limity – Eulerovo číslo

a) $\lim_{x\to} \left(\frac{x+}{x+}\right)^{x}$

b) $\lim_{x\to} \left(\frac{x^2+}{x^2+}\right)^{x^2+}$

ředpokládejme, že pro zvolenou funkci platí:

Asymptoty funkce – svislá asymptota

Předpokládejme, že pro zvolenou funkci platí: $\lim_{x \to C} f(x) =$. To znamená, že je-li limita funkce ve vlastním bodě ($x = C$) nevlastní, pak říkáme, že existuje **svislá asymptota** funkce a rozumíme jí přímku o rovnici $x = C$.

Asymptoty funkce – vodorovná asymptota

Předpokládejme, že pro zvolenou funkci platí:

$\lim\limits_{x \to} f(x) =$ resp. $\lim\limits_{x \to} f(x) =$ kde $a, b \in$.

To znamená, že je-li limita funkce v nevlastním bodě vlastní, pak říkáme, že existuje **vodorovná asymptota** funkce a má rovnici $y =$ resp. $y =$

Asymptoty funkce – šikmá asymptota

Předpokládejme, že pro zvolenou funkci platí:

$\lim\limits_{x\to} \frac{f(x)}{x} =$ a současně $\lim\limits_{x\to} \left(f(x) - x\right) =$ kde $k, q \in$.

Pak říkáme, že existuje **šikmá asymptota**, která má rovnici $y = \; + $

Uvedený vztah platí i v případě, že všude zaměníme za .

Řešený příklad:

Vypočtěte všechny asymptoty funkce $f(x) = \frac{x^3}{x-}$

Svislá asymptota má rovnici $x =$

Vodorovná asymptota funkce neexistuje.

Vypočteme rovnici šikmé asymptoty:

$$k = \lim_{\to} \frac{x^3}{-\ x} = \qquad q = \lim_{\to} \left(\frac{x^3}{-} - \right) = \lim_{\to} \frac{8x^2 - x}{- \ +} =$$

Šikmá asymptota má rovnici $y = \ +$

Závěr přednášky

Děkuji Vám za pozornost !!!